

(某数と畳数は、天表起原の直前の項目だが、名前の呼び方の定義なので、ここに載せる。)

## 某数

たとえば、某段数とは、一段ならば一段、二段ならば二段、三段ならば三段、このうちのどの段においてもと言うことで、一段とか二段とか限っては言わない場合につかう。

某弦とか、某積とかの類は同じような言い方です。

(近畿和算ゼミナールの資料で次のように表しているのが解りやすい。

数列 甲<sub>1</sub>, 甲<sub>2</sub>, 甲<sub>3</sub>, . . . , 甲<sub>k</sub>, . . . , 甲<sub>n</sub> を考えたときの甲<sub>k</sub> を某甲 という。)

## 畳数

たとえば、某弦の畳数とは、一弦, 二弦, 三弦, 四弦, . . . と限りなく加えて

(この限りなく加えることを、畳む(たたむ)という。) 得る数を某弦の畳数という。

同じように、一積, 二積, 三積, 四積, . . . と限りなく加えて得る数を某積の畳数という。

(近畿和算ゼミナールの資料では、次のように説明している。

$\sum_{k=1}^{\infty} \text{甲}_k$  の値を 某甲の畳数という。

某甲 から、その畳数を求めることを 某甲を畳む という。 )

(畳むとは、積分するということ。)

## 天表起原

### 天表 の作り方の説明

$\frac{\text{某段数}}{\text{截数}} = \text{某天}$  と名づける。

某段数を、それぞれの数に換えると、各天は次のようになる。

$$\frac{1}{\text{截数}} = \text{一天}$$

$$\frac{2}{\text{截数}} = \text{二天}$$

$$\frac{3}{\text{截数}} = \text{三天}$$

$$\frac{4}{\text{截数}} = \text{四天}$$

$$\frac{5}{\text{截数}} = \text{五天}$$

何かを n 等分するとき、この n のことを截数という。  
 截数が 5 の場合、切ったものの 1 個目が一天で、2 個目が二天、3 個目が三天、4 個目が四天、5 個目が五天。  
 一天から五天までを、すべて合わせると、切る前のものになる。

仮に、截数が 5 の時は、一天~五天の和を某天汎畳数という。

仮に、截数が6の時は、一天～六天の和が某天汎量数である。

$$\frac{1}{\text{截数}} + \frac{2}{\text{截数}} + \frac{3}{\text{截数}} + \frac{4}{\text{截数}} + \frac{5}{\text{截数}} = \text{各天和} = \text{某天汎量数}$$

これを括って、

$$\frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{\text{截数}} = \text{某天汎量数}$$

ここで、 $1 + 2 + 3 + \dots + n$  は、古くから研究されており、圭塚積（けいだせき？）と言われ

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

であることは、知られていた。

截数を塚積（だせき）の底子として、方塚積（ほうだせき？）を求めると、

$$\frac{\text{截数}^2}{2} + \frac{\text{截数}}{2} \quad \text{圭塚積（けいだせき？）}$$

$$\frac{\text{截数}^3}{3} + \frac{\text{截数}^2}{2} + \frac{\text{截数}}{6} \quad \text{平方塚積（へいほうだせき？）}$$

$$\frac{\text{截数}^4}{4} + \frac{\text{截数}^3}{2} + \frac{\text{截数}^2}{4} \quad \text{立方塚積（りっほうだせき？）}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = \frac{1}{2} n(n+1)$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4} = \frac{1}{4} n^2(n+1)^2$$

のこと。

$$\frac{\text{圭操積}}{\text{截数}} = \text{某天汎量数}$$

圭操積を解いて、

$$\frac{\text{截数}}{2} + \frac{1}{2} = \text{某天汎量数}$$

両辺を 截数 で割って、

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times \text{截数}} = \frac{\text{某天汎量数}}{\text{截数}}$$

ここで、截数を無限大にすると、 $\frac{1}{\text{截数}}$  は無限に小さくなるので無視する。

$\frac{\text{某天汎量数}}{\text{截数}}$  は、截数を無限大にすると、 $\frac{\text{某天量数}}{\text{截数}}$  となる。

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{某天量数}}{\text{截数}}$$

両辺に 截数 を掛けて、

$$\frac{\text{截数}}{2} = \text{某天量数}$$

$$\frac{\text{某段数}^2}{\text{截数}^2} = \text{某天}^2 \quad \text{某天幂 (なにがしてんべき?) なり。}$$

某段数幂を、それぞれの数に換えると、各天幂は次のようになる。

$$\frac{1^2}{\text{截数}^2} = \text{一天}^2$$

$$\frac{2^2}{\text{截数}^2} = \text{二天}^2$$

$$\frac{3^2}{\text{截数}^2} = \text{三天}^2$$

$$\frac{4^2}{\text{截数}^2} = \text{四天}^2$$

$$\frac{5^2}{\text{截数}^2} = \text{五天}^2$$

仮に、截数が5の時、一天<sup>2</sup>(一天<sup>2</sup>)から五天<sup>2</sup>(五天<sup>2</sup>)までの和を、某天<sup>2</sup>汎量数 という。

$$\frac{1^2}{\text{截数}^2} + \frac{2^2}{\text{截数}^2} + \frac{3^2}{\text{截数}^2} + \frac{4^2}{\text{截数}^2} + \frac{5^2}{\text{截数}^2} = \text{某天<sup>2</sup>汎量数}$$

これを括って、

$$\frac{\text{平方塚積}}{\text{截数}^2} = \text{某天<sup>2</sup>汎量数}$$

平方塚積 を解いて、

(再掲)

$$\frac{\text{截数}^3}{3} + \frac{\text{截数}^2}{2} + \frac{\text{截数}}{6} \quad \text{平方塚積 (へいほうだせき?)}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} = \frac{1}{6} n (n+1) (2n+1)$$

$$\frac{\text{截数}}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6 \times \text{截数}} = \text{某天<sup>2</sup>汎量数}$$

両辺を 截数 で割って、

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2 \times \text{截数}} + \frac{1}{6 \times \text{截数}^2} = \frac{\text{某天<sup>2</sup>汎量数}}{\text{截数}}$$

ここで、截数を無限大にすると、 $\frac{1}{2 \times \text{截数}}$  ,  $\frac{1}{6 \times \text{截数}^2}$  は無限に小さくなるので無視する。

$\frac{\text{某天<sup>2</sup>汎量数}}{\text{截数}}$  は、截数を無限大にすると、 $\frac{\text{某天<sup>2</sup>汎量数}}{\text{截数}}$  となる。

$$\frac{1}{3} = \frac{\text{某天<sup>2</sup>汎量数}}{\text{截数}}$$

両辺に 截数 を掛けて、

$$\frac{\text{截数}}{3} = \text{某天<sup>2</sup>汎量数}$$

おなじように、

$$\frac{\text{某段数}^3}{\text{截数}^3} = \text{某天}^3 \quad \text{某天再乘幂 (なにがしてんさいじょうべき?) なり。}$$

某段数再乘幂を、それぞれの数に換えると、各天再乘幂は次のようになる。

$$\frac{1^3}{\text{截数}^3} = \text{一天}^3$$

$$\frac{2^3}{\text{截数}^3} = \text{二天}^3$$

$$\frac{3^3}{\text{截数}^3} = \text{三天}^3$$

$$\frac{4^3}{\text{截数}^3} = \text{四天}^3$$

$$\frac{5^3}{\text{截数}^3} = \text{五天}^3$$

仮に、截数が5の時、

一天<sup>3</sup> (一天幂)から五天<sup>3</sup> (五天幂)までの和を、某天再乘幂汎量数 という。

$$\frac{1^3}{\text{截数}^3} + \frac{2^3}{\text{截数}^3} + \frac{3^3}{\text{截数}^3} + \frac{4^3}{\text{截数}^3} + \frac{5^3}{\text{截数}^3} = \text{某天再乘幂汎量数}$$

これを括って、

$$\frac{\text{立方塚積}}{\text{截数}^3} = \text{某天再乘幂汎量数}$$

立方塚積 を解いて、

(再掲)

$$\frac{\text{截数}^4}{4} + \frac{\text{截数}^3}{2} + \frac{\text{截数}^2}{4} \quad \text{立方塚積 (りっぽうだせき?)}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^4}{4} + \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4} = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$$

$$\frac{\text{截数}}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4 \times \text{截数}} = \text{某天再乘幂汎量数}$$

両辺を 截数 で割って、

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2 \times \text{截数}} + \frac{1}{4 \times \text{截数}^2} = \frac{\text{某天再乘幂汎量数}}{\text{截数}}$$

ここで、截数を無限大にすると、 $\frac{1}{2 \times \text{截数}}$ 、 $\frac{1}{4 \times \text{截数}^2}$  は無限に小さくなるので無視する。

$\frac{\text{某天再乘幂汎量数}}{\text{截数}}$  は、截数を無限大にすると、 $\frac{\text{某天再幂量数}}{\text{截数}}$  となる。

$$\frac{1}{4} = \frac{\text{某天再幂量数}}{\text{截数}}$$

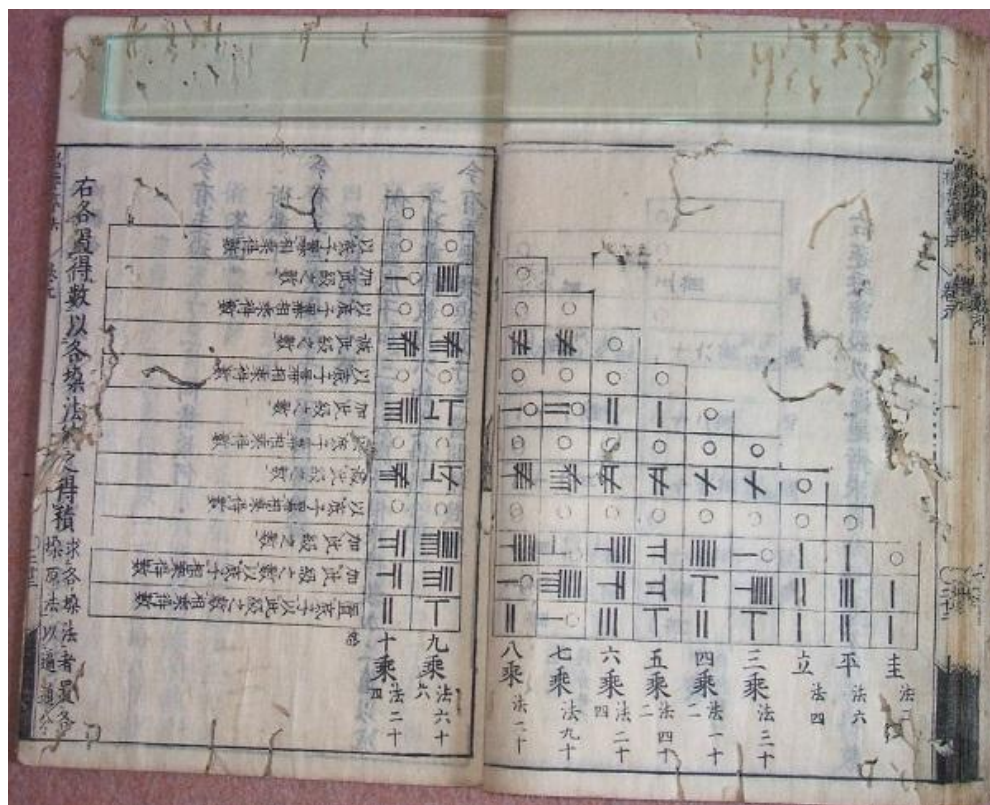
両辺に 截数 を掛けて、

$$\frac{\text{截数}}{4} = \text{某天再幂量数}$$

以下、某天某の一字を省き、天或天幂とする。

右求めるところの、量数3件の歩を類推して、天累乗幂の量数を求める。

なお、『括要算法（かつようさんぽう）』に、累乗の和は載っている。



『括要算法』のこのページの内容を現代的に書くと次のようになる。

(  $\sum_{k=1}^n k$  を  $\sum k$  と書く。 )

$$\sum k = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n$$

$$\sum k^2 = \frac{2}{6} n^3 + \frac{3}{6} n^2 + \frac{1}{6}$$

$$\sum k^3 = \frac{1}{4} n^4 + \frac{2}{4} n^3 + \frac{1}{4} n^2$$

$$\sum k^4 = \frac{6}{30} n^5 + \frac{15}{30} n^4 + \frac{10}{30} n^3 - \frac{1}{30} n$$

$$\sum k^5 = \frac{2}{12} n^6 + \frac{6}{12} n^5 + \frac{5}{12} n^4 - \frac{1}{12} n^2$$

$$\sum k^6 = \frac{6}{42} n^7 + \frac{21}{42} n^6 + \frac{21}{42} n^5 - \frac{7}{42} n^3 + \frac{1}{42} n$$

$$\sum k^7 = \frac{3}{24} n^8 + \frac{12}{24} n^7 + \frac{2}{24} n^6 - \frac{7}{24} n^4 + \frac{2}{24} n^2$$

$$\sum k^8 = \frac{10}{90} n^9 + \frac{45}{90} n^8 + \frac{60}{90} n^7 - \frac{42}{90} n^5 + \frac{20}{90} n^3 - \frac{1}{30} n$$

$$\sum k^9 = \frac{2}{20} n^{10} + \frac{10}{20} n^9 + \frac{15}{20} n^8 - \frac{14}{20} n^6 + \frac{10}{20} n^4 - \frac{3}{20} n^2$$

$$\sum k^{10} = \frac{6}{66} n^{11} + \frac{33}{66} n^{10} + \frac{55}{66} n^9 - \frac{66}{66} n^7 + \frac{66}{66} n^5 - \frac{33}{66} n^3 + \frac{5}{66} n$$

$$\sum k^{11} = \frac{2}{24} n^{12} + \frac{12}{24} n^{11} + \frac{22}{24} n^{10} - \frac{33}{24} n^8 + \frac{44}{24} n^6 - \frac{33}{24} n^4 + \frac{10}{24} n^2$$

3回の計算例から、最も次数の高い係数だけが残る。

したがって、

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{6}, \frac{1}{4}, \frac{6}{30}, \frac{2}{12}, \frac{6}{42}, \frac{3}{24}, \frac{10}{90}, \frac{2}{20}, \frac{6}{66}, \frac{2}{24}$$

が残る。

約分して、

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}$$

となる。

はじめは、『3件を計算して以降を類推して、』が難しかったが、このように見ると、簡単な類推と思える。

$\frac{\text{某段数}}{\text{截数}} = \text{天}$  と名づける。 前に名づけた、某天のこと。

$\frac{\text{截数}}{2} = \text{天壹数}$

$\frac{\text{截数}}{3} = \text{天幂壹数}$

$\frac{\text{截数}}{4} = \text{天再幂壹数}$

$\frac{\text{截数}}{5} = \text{天三幂壹数}$

$\frac{\text{截数}}{6} = \text{天四幂壹数}$

$\frac{\text{截数}}{7} = \text{天五幂壹数}$

$\frac{\text{截数}}{8} = \text{天六幂壹数}$

$\frac{\text{截数}}{9} = \text{天七幂壹数}$

これを名づけて、天表 という。

卷之二 立表第一 の 天表 は次の様。

これがあれば、 $\int_0^1 x dx$  から  $\int_0^1 x^9 dx$  までが求められる。

$\frac{\text{某段数}}{\text{截数}} = \text{天}$  と名づける。

天表	
$\frac{\text{截数}}{2}$	天
$\frac{\text{截数}}{3}$	天幂
$\frac{\text{截数}}{4}$	天再
$\frac{\text{截数}}{5}$	天三
$\frac{\text{截数}}{6}$	天四
$\frac{\text{截数}}{7}$	天五
$\frac{\text{截数}}{8}$	天六
$\frac{\text{截数}}{9}$	天七
$\frac{\text{截数}}{10}$	天八
壹数と名づける	