

今有如図円錐横之其高平行而欲使鉤之称平
高若干問中心距幾何

答曰 如左術

術曰置高三因四除之得中心距合問

(問題の意味)

図のように、円錐が横になって高さが平行になるように釣り糸でつるされている。
高さの長さが与えられるとき、
図の中心距はいくらか。

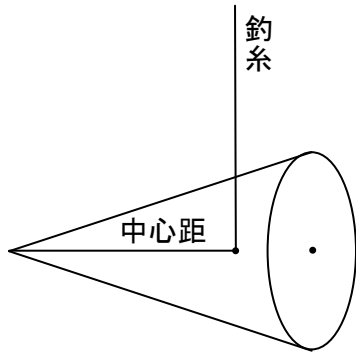


図 1

(術文の意味)

$$\text{中心距} = \text{高さ} \times \frac{3}{4}$$

(解義)

(一点鎖線の中は、私のメモ)

円錐を輪切りにするように、
分割して考えます。
分割する個数を截数とします。
10個に分割すると仮定すると
截数 = 10 となります。
等分した時の幅が、子 です。

真横から見た図を図3に示します。

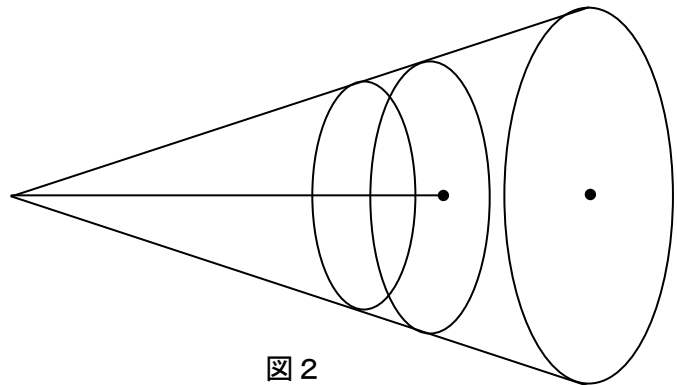


図 2

$$\frac{\text{高}}{\text{截数}} = \text{子} \quad \dots (1)$$

ここでは、

$$\frac{1}{\text{截数}} = \text{天} \quad \dots (2)$$

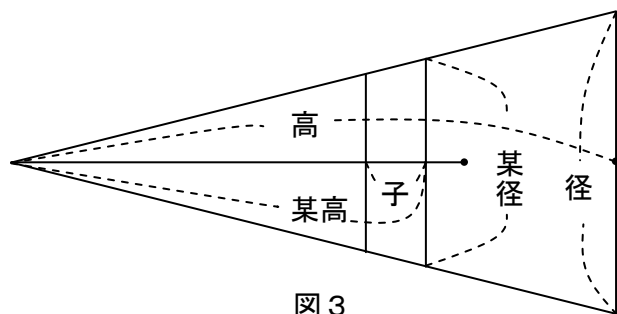


図 3

$$\text{高} \times \text{天} = \text{子} \quad \dots (3)$$

やはり、ここでは

$$\frac{\text{某段数}}{\text{截数}} = \text{初} \quad \dots (4)$$
 某段数 × 子 = 某高 という関係にある某高を考えると (1) を入れて

$$\text{某段数} \times \frac{\text{高}}{\text{截数}} = \text{某高}$$
 (4) から初 を使って表すと

$$\text{高} \times \text{初} = \text{某高} \quad \dots (5)$$

図3で、二等辺三角形の相似から
 高 : 径 = 某高 : 某径

$$\frac{\text{径} \times \text{某高}}{\text{高}} = \text{某径}$$
 (5) を代入して

$$\frac{\text{径} \times \text{高} \times \text{初}}{\text{高}} = \text{某径}$$

$$\text{径} \times \text{初} = \text{某径} \quad \dots (6)$$

(6) の2乗に子と円積率 をかけて

$$\text{径}^2 \times \text{初}^2 \times \text{子} \times \text{円積率} = \text{某積}$$
 (1), (2) から

$$\text{子} = \frac{\text{高}}{\text{截数}} = \text{高} \times \text{天}$$

$$\text{径}^2 \times \text{高} \times \text{円積率} \times \text{初}^2 \times \text{天} = \text{某積} \quad \dots (7)$$

極元表によってこれを畳んで

極元表について知識が無いので、「準備2」で類推して置きました。
 これをつかって(7)を畳むと、円錐の体積が求められます。

$$\frac{\text{径}^2 \times \text{高} \times \text{円積率}}{3} = \text{円錐積} \quad \dots (8)$$

(8) で 高 を割って、率 と名付ける

$$\frac{3}{\text{径}^2 \times \text{円積率}} = \text{率} \quad \dots (9)$$

某積を列して、率 と $\frac{\text{某高}}{\text{高}}$ をかける

書いてある通りにすると

$$\text{径}^2 \times \text{高} \times \text{円積率} \times \text{初}^2 \times \text{天} \times \text{率} \times \frac{\text{某高}}{\text{高}}$$

ここで、(5) から

$$\frac{\text{某高}}{\text{高}} = \text{初}$$

したがって

$$\text{径}^2 \times \text{高} \times \text{円積率} \times \text{初}^2 \times \text{天} \times \text{率} \times \frac{\text{某高}}{\text{高}} = \text{径}^2 \times \text{高} \times \text{円積率} \times \text{率} \times \text{初}^3 \times \text{天}$$

$$\text{径}^2 \times \text{高} \times \text{円積率} \times \text{率} \times \text{初}^3 \times \text{天} = \text{某中心距} \quad \dots (10)$$

(10) を畳めば、中心距 が求められます。

率 は、高 と 体積 の比率です。
 たとえば、某高 × 率 で某高より先の円錐の体積が求められます。

図4で点アを支点としてモーメントを考えると、
 (密度を1と考えれば、体積はそのまま重さになります。)

某積の部分のみの右まわりのモーメントは
 某積 × 某高 これを某右モーメントとしてみる。

某積 × 某高 = 某右モーメント $\dots (11)$

(11) を円錐全体にわたって加えると (つまり畳むと) 右まわりのモーメントが求められます。

点アを支点として左まわりのモーメントを考えると、中心距のところすべての重量がかかることとなります。(密度を1と考えれば、体積はそのまま重さになります。)
 したがって次のようになります。

体積 × 中心距 = 左まわりのモーメント $\dots (12)$

つりあっているので、右まわりのモーメントと左まわりのモーメントは等しいこととなります。したがって次のようになります。

体積 × 中心距 = (某積 × 某高) 畳数 $\dots (13)$

ここで、(某積 × 某高) 畳数 と書いたのは、某積 × 某高 を畳んだ結果という意味です。

図4

(13) を変形して、また 体積=高÷率 なので

$$\text{中心距} = (\text{某積} \times \text{某高}) \text{畳数} \times \frac{1}{\text{体積}} = (\text{某積} \times \text{某高}) \text{畳数} \times \frac{\text{率}}{\text{高}} = \left(\text{某積} \times \text{某高} \times \frac{\text{率}}{\text{高}} \right) \text{畳数}$$

$$\text{中心距} = \left(\text{某積} \times \text{率} \times \frac{\text{某高}}{\text{高}} \right) \text{畳数} \quad \dots (14)$$

極元表によってこれを畳み、率 を変えて

$$\frac{\text{径}^2 \times \text{高} \times \text{円積率}}{4} \times \text{率} = \text{中心距}$$

(9) より、率を変えて

$$\frac{\text{径}^2 \times \text{高} \times \text{円積率}}{4} \times \frac{3}{\text{径}^2 \times \text{円積率}} = \text{中心距}$$

$$\frac{3 \times \text{高}}{4} = \text{中心距} \quad \dots (15)$$