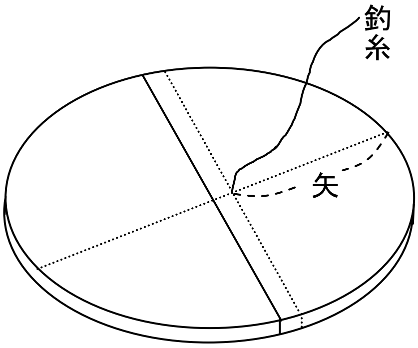

図１

今有如図半鉄半鉛円盤欲其中心鈎平正也
円径三寸只云鉛重三分之二為鉄重
問矢幾何

答曰　中心矢１寸３７２６７６有奇

術曰置分母子和乗円積率三之以除分母子
差以減一個余半之乗円径得矢合問

（問題の意味）
図のように、半分が鉄で半分が鉛の円盤
をその中心で水平につるす。
円の直径が３寸，鉛の重さの３分の２を
鉄の重さとするとき、
図の矢の長さはいくらか。

（術文の意味）

$$矢=\left\{1-\frac{分母-分子}{3\times(分母+分子)\times円積率}\right\}\times\frac{円径}{2}$$

（解義）
重心術により　子　を求める。

$$\frac{径}{6\times円積率}=子 \qquad （１）$$

（一点鎖線の中は、私のメモ）

突然、重心術によってとして、半円の
重心の位置を書いている。

このまま進んでも良いが、現代的に
（１）を確認して進むことにします。

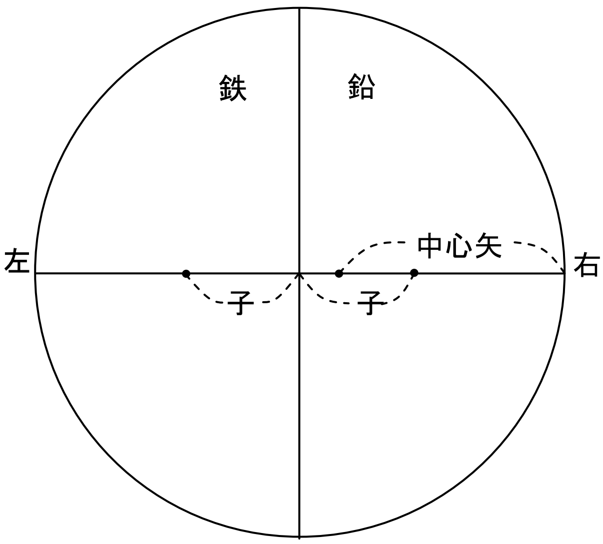

図２

（現代的に半円の重心を求める）

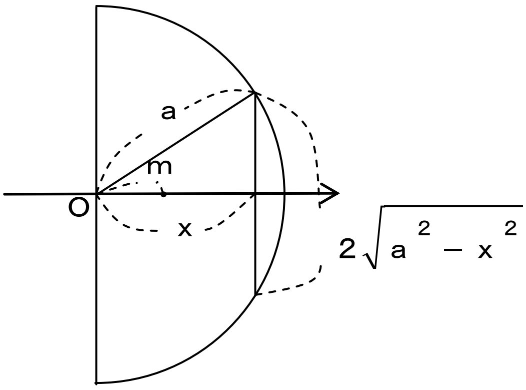

図３

「重心問題を考える基礎」で、一般に、
つり合う点の目盛mは、次のように
表せることを学びました。

$$m=\frac{(\text{目盛}\times\text{重さ})\text{の和}}{\text{全体の重さの和}}$$

これを、図３に応用すると

$$m=\frac{\int_0^a 2x\sqrt{a^2-x^2}\,dx}{\int_0^a 2\sqrt{a^2-x^2}\,dx}=\frac{\frac{2}{3}a^3}{\frac{\pi}{2}a^2}=\frac{4a}{3\pi}$$

したがって、

$$m=\frac{4\times\text{半径}}{3\times\text{円周率}}=\frac{2\times\text{径}}{3\times4\times\text{円積率}}=\frac{\text{率}}{6\times\text{円積率}}$$

これで、（１）と同じ式が得られます。

$$\frac{\text{径}^2\times\text{円積率}}{2}=\text{半円積}\qquad\cdots(2)$$

（２）は、半円の面積を求める式です。

$$\text{半円積}=\frac{\text{半径}^2\times\text{円周率}}{2}=\frac{\left(\frac{\text{径}}{2}\right)^2\times4\times\text{円積率}}{2}=\frac{\text{径}^2\times\text{円積率}}{2}$$

$$\frac{\text{分子}\times\text{鉛重}}{\text{分母}}=\text{鉄重}\qquad\cdots(3)$$

（３）は、「只云鉛重三分之二為鉄重」の条件を表す式です。
「鉛の重さの３分の２を鉄の重さとする」という意味ですが、３分の２を分母，分子で表して計算し、数値に直すときに、分母＝３，分子＝２としています。

（３）に鉛重を加えて

$$\frac{\text{分子}\times\text{鉛重}}{\text{分母}}+\text{鉛重}=\frac{\text{分子}\times\text{鉛重}+\text{分母}\times\text{鉛重}}{\text{分母}}=\frac{(\text{分母}+\text{分子})\times\text{鉛重}}{\text{分母}}$$

$$\frac{(\text{分母}+\text{分子})\times\text{鉛重}}{\text{分母}}=\text{重和}$$　・・・（４）

写本では、重和　を　重禾　と略字で書いています。
禾　は以前にも出てきました。その時は解りませんでしたが、和の略字の可能性もあることが解りました。
ここでは、重和　は明確に全体の重さのことであり、重和＝鉛重＋鉄重です。

（４）に半円積をかけて、径を割ると

$$\frac{\text{径}}{\text{重和}\times\text{半円積}}=\text{率}$$　・・・（５）

$$\text{径}\div\left\{\frac{(\text{分母}+\text{分子})\times\text{鉛重}}{\text{分母}}\times\text{半円積}\right\}=\text{径}\times\frac{\text{分母}}{(\text{分母}+\text{分子})\times\text{鉛重}\times\text{半円積}}$$

$$\frac{\text{径}\times\text{分母}}{(\text{分母}+\text{分子})\times\text{鉛重}\times\text{半円積}}=\text{率}$$　・・・（６）

$$\left\{\left(\frac{\text{径}}{2}-\text{子}\right)\times\text{鉛重}+\left(\frac{\text{径}}{2}+\text{子}\right)\times\text{鉄重}\right\}\times\frac{\text{半円積}}{\text{径}}=\text{左重}$$　・・・（７）

（７）は、図２の左という点にかかる重さを、左重　として求めているようです。
この写本は、「径半子ワ」と書くところを「径半子サ」と写し間違えています。
正しくなおしたつもりです。

（７）の鉄重に（３）を入れて

$$\left\{\left(\frac{\text{径}}{2}-\text{子}\right)\times\text{鉛重}+\left(\frac{\text{径}}{2}+\text{子}\right)\times\frac{\text{分子}\times\text{鉛重}}{\text{分母}}\right\}\times\frac{\text{半円積}}{\text{径}}=\text{左重}$$

$$\left\{\frac{\text{径}}{2}\times\frac{\text{分母}\times\text{鉛重}+\text{分子}\times\text{鉛重}}{\text{分母}}-\text{子}\times\frac{\text{分母}\times\text{鉛重}-\text{分子}\times\text{鉛重}}{\text{分母}}\right\}\times\frac{\text{半円積}}{\text{径}}=\text{左重}$$

$$\left\{\frac{\text{径}}{2}\times\frac{(\text{分母}+\text{分子})\times\text{鉛重}}{\text{分母}}-\text{子}\times\frac{(\text{分母}-\text{分子})\times\text{鉛重}}{\text{分母}}\right\}\times\frac{\text{半円積}}{\text{径}}=\text{左重}$$

（１）を　子　に適用して

$$\left\{\frac{\text{径}}{2}\times\frac{(\text{分母}+\text{分子})\times\text{鉛重}}{\text{分母}}-\frac{\text{径}}{6\times\text{円積率}}\times\frac{(\text{分母}-\text{分子})\times\text{鉛重}}{\text{分母}}\right\}\times\frac{\text{半円積}}{\text{径}}=\text{左重}$$

$$\left\{(\text{分母}+\text{分子})-\frac{\text{分母}-\text{分子}}{3\times\text{円積率}}\right\}\times\frac{\text{径}\times\text{鉛重}}{2\times\text{分母}}\times\frac{\text{半円積}}{\text{径}}=\text{左重}$$

$$\left\{(\text{分母}+\text{分子})-\frac{\text{分母}-\text{分子}}{3\times\text{円積率}}\right\}\times\frac{\text{半円積}\times\text{鉛重}}{2\times\text{分母}}=\text{左重}$$

この写本では、３×円積率　を単に　円積率　と写し間違えている。

$$\left\{(分母+分子)-\frac{分母-分子}{3\times円積率}\right\}\times\frac{半円積\times鉛重}{2\times分母}=左重 \quad ・・・(8)$$

（８）に率をかけて

$$\left\{(分母+分子)-\frac{分母-分子}{3\times円積率}\right\}\times\frac{半円積\times鉛重}{2\times分母}\times\frac{径\times分母}{(分母+分子)\times鉛重\times半円積}=中心矢$$

$$\left\{(分母+分子)-\frac{分母-分子}{3\times円積率}\right\}\times\frac{径}{2\times(分母+分子)}=中心矢$$

$$\left\{1-\frac{分母-分子}{3\times円積率\times(分母+分子)}\right\}\times\frac{径}{2}=中心矢 \quad ・・・(9)$$

これで、術文に書かれたものと同じ式が導けました。

分母＝３　，分子＝２　，径＝３寸　，　円積率≒３．１４１５９２÷４　を入れると

$$中心矢≒\left\{1-\frac{3-2}{3\times0.785398\times(3+2)}\right\}\times\frac{3}{2}$$

$$=\left(1-\frac{1}{15\times0.785398}\right)\times\frac{3}{2}=\left(1-\frac{1}{11.78097}\right)\times\frac{3}{2}$$

$$=(1-0.08488265397)\times\frac{3}{2}=0.9151173460\,3\times\frac{3}{2}$$

$$=1.37267601904≒1.372676$$

答え　およそ１．３７２６７６

これで、こたえも正しいことがわかりました。

（５）以降について、理解できなかったので、もう一度考えてみることにしました。

私は、図４のように考えます。
ウのまわりのちからのモーメントを
考えると、
左回りのモーメント＝アウ×鉄重
右回りのモーメント＝ウエ×鉛重
アウ×鉄重＝ウエ×鉛重
アウ＝子＋半円径－中心矢
ウエ＝子－半円径＋中心矢

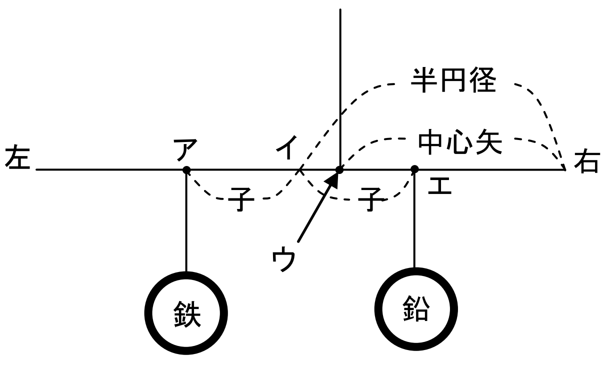

図４

$$鉄重=\frac{2}{3}\times鉛重$$

$$(子+半円径-中心矢)\times\frac{2}{3}\times鉛重=(子-半円径+中心矢)\times鉛重$$

$$(子+半円径-中心矢)\times\frac{2}{3}=子-半円径+中心矢$$

$$(子+半円径)\times\frac{2}{3}-中心矢\times\frac{2}{3}=子-半円径+中心矢$$

$$子\times\frac{2}{3}+半円径\times\frac{2}{3}-子+半円径=中心矢+中心矢\times\frac{2}{3}$$

$$中心矢\times\frac{5}{3}=半円径\times\frac{5}{3}-子\times\frac{1}{3}$$

$$中心矢\times 5=半円径\times 5-子$$

$$中心矢=半円径-\frac{子}{5}$$

ここで、子は前に求めているので

$$子=\frac{4\times 半円径}{3\times 円周率}$$

$$中心矢=半円径-\frac{4\times 半円径}{5\times 3\times 円周率}$$

これで、術文と同じ式になりました。

このやり方は、写本のやり方とはかなり違うようです。

図５のように考えて、

「算法円理称平術補」２０　にならって

比例	円径	左重＋右重
	中心矢	左重

比例より

$$\frac{円径\times 左重}{左重+右重}=中心矢$$

ここで左重の計算の仕方が解りません。

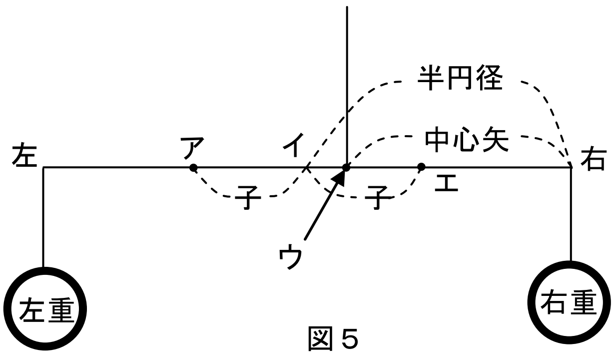

図５

この比例はどこからきたのだろう？

図５で、右という点のまわりのちからのモーメントを考えると、

右回りのモーメント＝（左重＋右重）×中心矢

左回りのモーメント＝左重×円径

つり合っているので、　　（左重＋右重）×中心矢＝左重×円径

となり同じ式が得られる。

図４で、右という点のまわりのちからのモーメントを考えると、

右回りのモーメント＝（左重＋右重）×中心矢

左回りのモーメント＝（子＋半円径）×鉄重＋（半円径ー子）×鉛重

右回りのモーメントどうしは同じなので、左回りのモーメントも同じはずです。

左重×円径＝（子＋半円径）×鉄重＋（半円径ー子）×鉛重

半円径を　$\dfrac{\text{径}}{2}$　と書いて整理すると

$$\text{左重}=\left\{\left(\frac{\text{径}}{2}-\text{子}\right)\times\text{鉛重}+\left(\frac{\text{径}}{2}+\text{子}\right)\times\text{鉄重}\right\}\times\frac{1}{\text{円径}}\qquad\cdots(10)$$

（７）と近いかたちになっている。
両者を見比べると、鉛重，鉄重を鉛の重さ，鉄の重さと考えていたが、これが誤りのようです。
鉛重は、単位面積当たりの鉛の重さと考えて、半円盤の鉛の重さは、鉛重×半円積ということと思われます。
したがって、半円盤の鉄の重さは、鉄重×半円積ということでしょう。

重和　を全体の重さとしていたが、同様に　重和×半円積　が全体の重さでした。
「径を全体の重さで割って率とする。」ということで、（５）は他の率の定義と同じです。

これで、理解できた気持ちになりました。