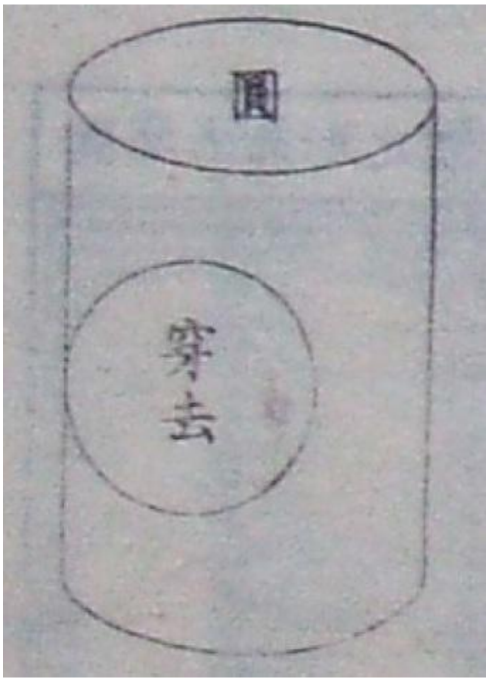

図１

今有円筒如図穿去円穿去円周切円筒高

円筒径若干穿去円径若干問得穿去積
及其覓積術如何

（問題の意味）
円筒を円が穿去している。
穿去円の周が円筒高と接している。
円筒の直径，穿去円の直径が解る時、
穿去積，表面積を求めよ。
〈覓積（べきせき）とは、表面積のこと。〉

１．穿去積　を求める

円筒の直径を大径とし、大と書く。穿去円の直径を小径とし、小と書く。

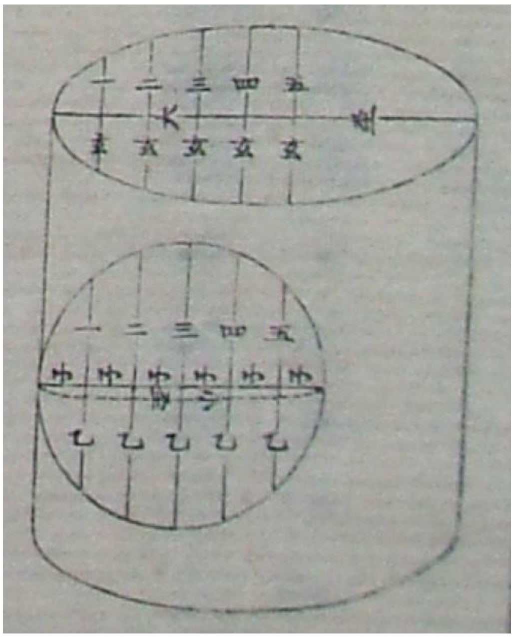

図２

（一点鎖線の中は、私のメモ）
左の図のように分割して考える。
分割する個数を　截数　という。

算法求積通考　６８　とは分割の
仕方が違うので、注意。

$\frac{小}{截数}$ を　子　とする。
某段数を掛けて某矢とする。

$\frac{小}{截数} \times 某段数 = 某矢$

$\frac{某段数}{截数} \times 小 = 某矢$

$\boxed{\frac{某段数}{截数}\ を\ 天\ と名づける。}$

天 × 小 = 某矢　　・・・（１）

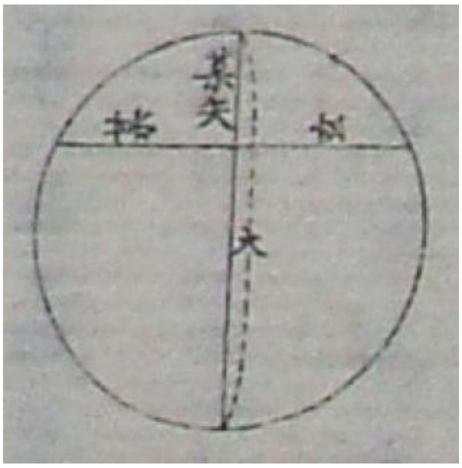

図３

少し解りにくいので、図３を書き直してみる。

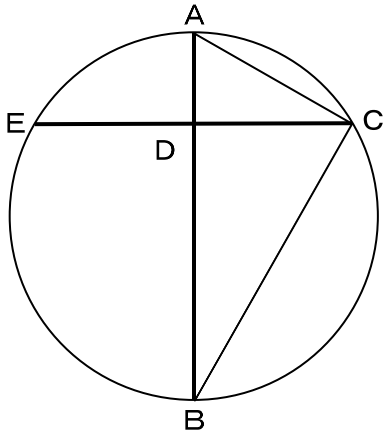

図４

直角三角形ＡＤＣで鉤股弦の術（三平方の定理、ピタゴラスの定理）から

$$(\mathrm{DC})^2 = (\mathrm{AC})^2 - (\mathrm{AD})^2$$

$$\left(\frac{\mathrm{EC}}{2}\right)^2 = (\mathrm{AC})^2 - (\mathrm{AD})^2$$

$$(\mathrm{EC})^2 = 4 \times (\mathrm{AC})^2 - 4 \times (\mathrm{AD})^2 \quad \cdots (2)$$

また、直角三角形ＡＤＣと直角三角形ＡＣＢが相似の関係にあるので

ＡＤ：ＡＣ＝ＡＣ：ＡＢ

ゆえに、　$(\mathrm{AC})^2 = (\mathrm{AD}) \times (\mathrm{AB}) \quad \cdots (3)$

（２）の$(\mathrm{AC})^2$　を（３）に置き換えて

$$(\mathrm{EC})^2 = 4 \times (\mathrm{AD}) \times (\mathrm{AB}) - 4 \times (\mathrm{AD})^2$$

ＥＣ＝某弦，ＡＤ＝某矢，ＡＢ＝大　　なので

$$4 \times 某矢 \times 大 - 4 \times 某矢^2 = 某弦^2 \quad \cdots (4)$$

某矢を解く

$$4 \times 天 \times 小 \times 大 - 4 \times 天^2 \times 小^2 = 某弦^2 \quad \cdots (5)$$

$\dfrac{小}{大}$ を　率　と名づける。

これを括って

$$4 \times 天 \times 小 \times 大 - 4 \times 天^2 \times 率 \times 小 \times 大 = 某弦^2 \quad \cdots (6)$$

平方綴術にこれを開き、$2\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}$　で両辺を割る。

「平方綴術（へいほうてつじゅつ）に開く」とは、$\sqrt{1-h}$　を次のように級数展開することを言う。

$$\sqrt{1-h}=1-\frac{1}{2}h-\frac{1}{8}h^{2}-\frac{3}{48}h^{3}-\frac{15}{384}h^{4}-\cdots$$

（６）をつぎのように書き換えて

$$4\times天\times小\times大\times\left(1-天\times率\right)=某弦^{2}\qquad\cdots(7)$$

両辺の平方根を計算すると（正の数のみを考える）

$$2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}\times\left(1-\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^{2}\times率^{2}-\frac{3}{48}\times天^{3}\times率^{3}-\frac{15}{384}\times天^{4}\times率^{4}\right)=某弦\cdots(8)$$

$2\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}$　で両辺を割って

$$\sqrt{天}-\frac{\sqrt{天}\times天\times率}{2}-\frac{\sqrt{天}\times天^{2}\times率^{2}}{8}-\frac{3\times\sqrt{天}\times天^{3}\times率^{3}}{48}-\frac{15\times\sqrt{天}\times天^{4}\times率^{4}}{284}=\frac{某弦}{2\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\qquad\cdots(9)$$

図５の、某積の図　から

子×某乙×某弦＝某積　　・・・(１０)とする。

某弦を解いて

（１０）の某弦に（９）を代入して

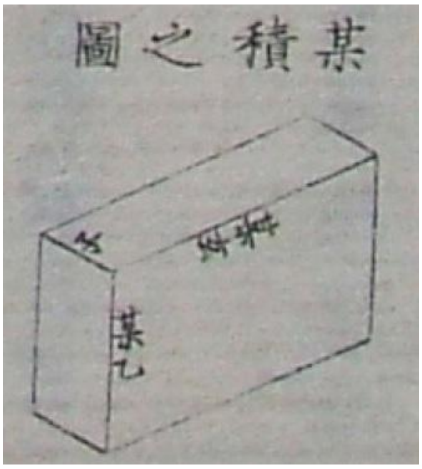

図５

$$子\times某乙\times\sqrt{天}-\frac{子\times某乙\times\sqrt{天}\times天\times率}{2}-\frac{子\times某乙\times\sqrt{天}\times天^{2}\times率^{2}}{8}$$

$$-\frac{子\times某乙\times3\times\sqrt{天}\times天^{3}\times率^{3}}{48}-\frac{子\times某乙\times15\times\sqrt{天}\times天^{4}\times率^{4}}{284}=\frac{某積}{2\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}$$

・・・(１１)

子を解き、奇乗乙表に依って、天商累乗冪因某乙を畳んで、穿去積とする。

子＝$\dfrac{小}{截数}$ を　代入して

$$\frac{小\times\sqrt{天}\times 某乙}{截数}-\frac{小\times 率\times 天\times\sqrt{天}\times 某乙}{2\times 截数}-\frac{小\times 率^2\times 天^2\times\sqrt{天}\times 某乙}{8\times 截数}$$

$$-\frac{3\times 小\times 率^3\times 天^3\times\sqrt{天}\times 某乙}{48\times 截数}-\frac{15\times 小\times 率^4\times 天^4\times\sqrt{天}\times 某乙}{284\times 截数}$$

$$=\frac{某積}{2\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\quad\cdots(12)$$

奇乗乙表により各項の畳数を求める。小　が　表の　径　に当たる。

奇乗乙表の二行初級から、第１項の畳数は、　$\dfrac{小}{截数}\times\dfrac{2\times 4}{3\times 5}\times 小\times 截数$　となる。

奇乗乙表の三行初級から、第２項の畳数は、　$-\dfrac{小}{截数}\times\dfrac{率}{2}\times\dfrac{2\times 4\times 4}{3\times 5\times 7}\times 小\times 截数$

となる。

第３項の畳数は、　$-\dfrac{小}{截数}\times\dfrac{率^2}{8}\times\dfrac{2\times 4\times 4\times 6}{3\times 5\times 7\times 9}\times 小\times 截数$　。

第４項の畳数は、　$-\dfrac{小}{截数}\times\dfrac{3\times 率^3}{48}\times\dfrac{2\times 4\times 4\times 6\times 8}{3\times 5\times 7\times 9\times 11}\times 小\times 截数$　。

第５項の畳数は、　$-\dfrac{小}{截数}\times\dfrac{15\times 率^4}{384}\times\dfrac{2\times 4\times 4\times 6\times 8\times 10}{3\times 5\times 7\times 9\times 11\times 13}\times 小\times 截数$　。

$$\frac{1}{3\times 5}-\frac{4\times 率}{2\times 3\times 5\times 7}-\frac{4\times 6\times 率^2}{8\times 3\times 5\times 7\times 9}-\frac{4\times 6\times 8\times 3\times 率^3}{48\times 3\times 5\times 7\times 9\times 11}$$

$$-\frac{4\times 6\times 8\times 10\times 15\times 率^4}{384\times 3\times 5\times 7\times 9\times 11\times 13}=\frac{穿去積}{16\times 小^2\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\quad\cdots(13)$$

これを括って

$$\frac{16\times 小^2\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}{15}-\frac{2\times 率\times 原数}{1\times 7}-\frac{1\times 3\times 率\times 一差}{2\times 9}-\frac{3\times 4\times 率\times 二差}{3\times 11}$$

$$-\frac{5\times 5\times 率\times 三差}{4\times 13}=穿去積\quad\cdots(14)$$

２．穿去覔積　を求める

某弦を実として、某弦冪を法として、帰除綴術にこれを除き、某弦で１割る数を求める。

「帰除綴術にこれを除く」とは、分数式の級数展開を行うことを言います。

まず、実を法で割る。実は某弦なので（８）、この両辺を某弦^2（７）で割る。

$$2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}\times\left(1-\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^2\times率^2-\frac{3}{48}\times天^3\times率^3-\frac{15}{384}\times天^4\times率^4\right)$$

$$=某弦\cdots(8)$$

$$4\times天\times小\times大\times(1-天\times率)=某弦^2\qquad\cdots(7)$$

$$\frac{2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}\times\left(1-\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^2\times率^2-\frac{3}{48}\times天^3\times率^3-\frac{15}{384}\times天^4\times率^4\right)}{4\times天\times小\times大\times(1-天\times率)}$$

$$=\frac{某弦}{某弦^2}\cdots(15)$$

$$\frac{1}{2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\times\left(\frac{1-\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^2\times率^2-\frac{3}{48}\times天^3\times率^3-\frac{15}{384}\times天^4\times率^4}{1-天\times率}\right)$$

$$=\frac{1}{某弦}\cdots(16)$$

$$\frac{1}{2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}$$

$$\times\left(\frac{1-天\times率+天\times率-\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^2\times率^2-\frac{3}{48}\times天^3\times率^3-\frac{15}{384}\times天^4\times率^4}{1-天\times率}\right)\quad\cdots(17)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\times\left(1+\frac{天\times率-\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^2\times率^2-\frac{3}{48}\times天^3\times率^3-\frac{15}{384}\times天^4\times率^4}{1-天\times率}\right)\quad\cdots(18)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\times\left(1+\frac{\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^2\times率^2-\frac{3}{48}\times天^3\times率^3-\frac{15}{384}\times天^4\times率^4}{1-天\times率}\right)\quad\cdots(19)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}$$

$$\times\left(1+\frac{\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{2}\times天^2\times率^2+\frac{1}{2}\times天^2\times率^2-\frac{1}{8}\times天^2\times率^2-\frac{3}{48}\times天^3\times率^3-\frac{15}{384}\times天^4\times率^4}{1-天\times率}\right)$$

$$=\frac{1}{某弦}\cdots(20)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}$$

$$\times\left(1+\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}-\frac{1}{8}\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}-\frac{3}{48}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}-\frac{15}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(21)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}\times\left(1+\frac{\text{天}\times\text{率}}{2}+\frac{\frac{3}{8}\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}-\frac{3}{48}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}-\frac{15}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(22)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}$$

$$\times\left(1+\frac{\text{天}\times\text{率}}{2}+\frac{\frac{3}{8}\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}-\frac{3}{8}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}+\frac{3}{8}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}-\frac{3}{48}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}-\frac{15}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(23)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}\times\left(1+\frac{\text{天}\times\text{率}}{2}+\frac{3\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}}{8}+\frac{\frac{3}{8}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}-\frac{3}{48}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}-\frac{15}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(24)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}\times\left(1+\frac{\text{天}\times\text{率}}{2}+\frac{3\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}}{8}+\frac{\frac{15}{48}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}-\frac{15}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(25)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}$$

$$\times\left(1+\frac{\text{天}\times\text{率}}{2}+\frac{3\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}}{8}+\frac{\frac{15}{48}\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}-\frac{15}{48}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}+\frac{15}{48}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}-\frac{15}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(26)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}$$

$$\times\left(1+\frac{\text{天}\times\text{率}}{2}+\frac{3\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}}{8}+\frac{15\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}}{48}+\frac{\frac{15}{48}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}-\frac{15}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(27)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}\times\left(1+\frac{\text{天}\times\text{率}}{2}+\frac{3\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}}{8}+\frac{15\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}}{48}+\frac{\frac{105}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(28)$$

$$=\frac{1}{2\times\sqrt{\text{天}\times\sqrt{\text{小}\times\sqrt{\text{大}}}}}$$

$$\times\left(1+\frac{\text{天}\times\text{率}}{2}+\frac{3\times\text{天}^{2}\times\text{率}^{2}}{8}+\frac{15\times\text{天}^{3}\times\text{率}^{3}}{48}+\frac{\frac{105}{384}\times\text{天}^{4}\times\text{率}^{4}-\frac{105}{384}\times\text{天}^{5}\times\text{率}^{5}+\frac{105}{384}\times\text{天}^{5}\times\text{率}^{5}}{1-\text{天}\times\text{率}}\right)\quad\cdots(29)$$

$$= \frac{1}{2 \times \sqrt{天} \times \sqrt{小} \times \sqrt{大}}$$

$$\times \left(1 + \frac{天 \times 率}{2} + \frac{3 \times 天^2 \times 率^2}{8} + \frac{15 \times 天^3 \times 率^3}{48} + \frac{105 \times 天^4 \times 率^4}{384} + \frac{\frac{105}{384} \times 天^5 \times 率^5}{1 - 天 \times 率} \right) \quad \cdots (30)$$

$天^5$以上は、無視して

$$\frac{1}{2 \times \sqrt{天} \times \sqrt{小} \times \sqrt{大}} \times \left(1 + \frac{天 \times 率}{2} + \frac{3 \times 天^2 \times 率^2}{8} + \frac{15 \times 天^3 \times 率^3}{48} + \frac{105 \times 天^4 \times 率^4}{384} \right) = \frac{1}{某弦} \quad \cdots (31)$$

両辺に、$2 \times \sqrt{小} \times \sqrt{大}$ を掛けて

$$\frac{1}{\sqrt{天}} + \frac{天 \times 率}{2 \times \sqrt{天}} + \frac{3 \times 天^2 \times 率^2}{8 \times \sqrt{天}} + \frac{15 \times 天^3 \times 率^3}{48 \times \sqrt{天}} + \frac{105 \times 天^4 \times 率^4}{384 \times \sqrt{天}} = \frac{2 \times \sqrt{小} \times \sqrt{大}}{某弦} \quad \cdots (32)$$

図６から、某斜を求める。

$$\frac{子 \times 大}{某弦} = 某斜 \quad \cdots (33)$$

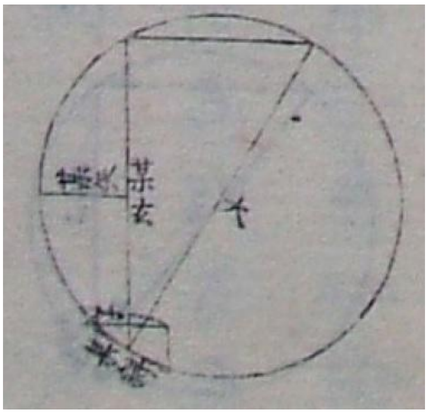

図６

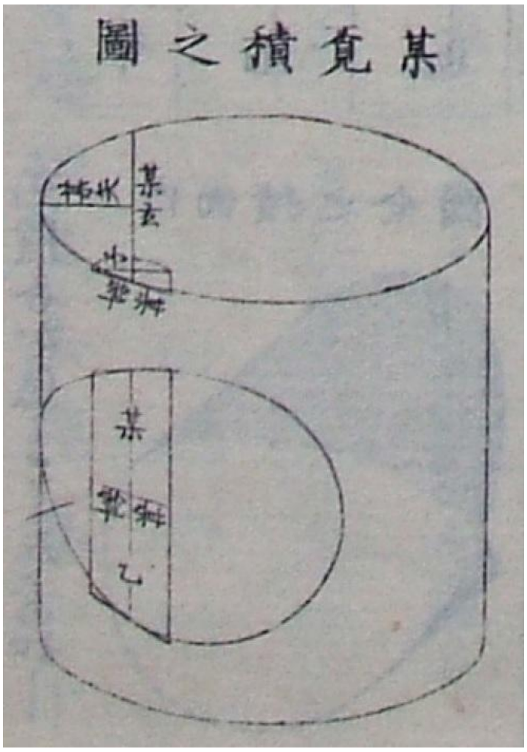

図７

図７の、某覓積の図　から

$$某乙 \times 某斜 = 某覓積 \quad \cdots (34)$$

某斜を解き、$\dfrac{1}{某弦}$ を解く。

$$\frac{某乙\times子\times大}{2\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\times\left(\frac{1}{\sqrt{天}}+\frac{天\times率}{2\times\sqrt{天}}+\frac{3\times天^2\times率^2}{8\times\sqrt{天}}+\frac{15\times天^3\times率^3}{48\times\sqrt{天}}+\frac{105\times天^4\times率^4}{384\times\sqrt{天}}\right)$$

$$=某覓積 \quad ・・・（３５）$$

$$\frac{某乙\times子\times\sqrt{大}}{2\times\sqrt{小}}\times\left(\frac{某乙\times子}{\sqrt{天}}+\frac{某乙\times子\times天\times率}{2\times\sqrt{天}}+\frac{某乙\times子\times3\times天^2\times率^2}{8\times\sqrt{天}}\right.$$

$$\left.+\frac{某乙\times子\times15\times天^3\times率^3}{48\times\sqrt{天}}+\frac{某乙\times子\times105\times天^4\times率^4}{384\times\sqrt{天}}\right)$$

$$=某覓積 \quad ・・・（３６）$$

$$\frac{某乙\times子}{\sqrt{天}}+\frac{某乙\times子\times\sqrt{天}\times率}{2}+\frac{某乙\times子\times3\times\sqrt{天}\times天\times率^2}{8}+\frac{某乙\times子\times15\times\sqrt{天}\times天^2\times率^3}{48}$$

$$+\frac{某乙\times子\times105\times\sqrt{天}\times天^3\times率^4}{384}=\frac{2\times\sqrt{小}\times某覓積}{\sqrt{大}} \quad ・・・（３７）$$

子を解き、奇乗乙表に依って、天商累乗冪因某乙を畳み、穿去覓積とする。

子＝$\dfrac{小}{截数}$ を　代入して

$$\frac{某乙}{\sqrt{天}}\times\frac{小}{截数}+\frac{某乙\times\sqrt{天}\times率}{2}\times\frac{小}{截数}+\frac{某乙\times3\times\sqrt{天}\times天\times率^2}{8}\times\frac{小}{截数}+\frac{某乙\times15\times\sqrt{天}\times天^2\times率^3}{48}$$

$$\times\frac{小}{截数}+\frac{某乙\times105\times\sqrt{天}\times天^3\times率^4}{384}\times\frac{小}{截数}=\frac{2\times\sqrt{小}\times某覓積}{\sqrt{大}} \quad ・・・（３８）$$

第１項の畳数は、奇乗乙表の初行初級より、$\dfrac{4}{3}\times小\times截数\times\dfrac{小}{截数}=\dfrac{4}{3}\times小^2$

第２項の畳数は、二行初級より、$\dfrac{率}{2}\times\dfrac{2\times4}{5\times3}\times小\times截数\times\dfrac{小}{截数}=\dfrac{4\times率}{5\times3}\times小^2$

第３項の畳数は、三行初級より、$\dfrac{3\times率^2}{8}\times\dfrac{4\times2\times4}{7\times5\times3}\times小\times截数\times\dfrac{小}{截数}=\dfrac{4\times3\times率}{7\times5\times3}\times小^2$

第４項の畳数は、$\dfrac{15\times率^3}{48}\times\dfrac{6\times4\times2\times4}{9\times7\times5\times3}\times小\times截数\times\dfrac{小}{截数}=\dfrac{4\times15\times率}{9\times7\times5\times3}\times小^2$

第５項の畳数は、$\dfrac{105\times\text{率}^4}{384}\times\dfrac{8\times6\times4\times2\times4}{11\times9\times7\times5\times3}\times\text{小}\times\text{截数}\times\dfrac{\text{小}}{\text{截数}}=\dfrac{4\times105\times\text{率}}{11\times9\times7\times5\times3}\times\text{小}^2$

したがって

$$\frac{4}{3}\times\text{小}^2+\frac{4\times\text{率}}{5\times3}\times\text{小}^2+\frac{4\times3\times\text{率}}{7\times5\times3}\times\text{小}^2+\frac{4\times15\times\text{率}}{9\times7\times5\times3}\times\text{小}^2$$

$$+\frac{4\times105\times\text{率}}{11\times9\times7\times5\times3}\times\text{小}^2=\frac{2\times\sqrt{\text{小}}}{\sqrt{\text{大}}}\times\text{穿去冪積}\quad\cdots(39)$$

$4\times\text{小}^2$　で両辺を割って

$$\frac{1}{3}+\frac{\text{率}}{5\times3}+\frac{3\times\text{率}}{7\times5\times3}+\frac{15\times\text{率}}{9\times7\times5\times3}+\frac{105\times\text{率}}{11\times9\times7\times5\times3}$$

$$=\frac{\text{穿去冪積}}{2\times\text{小}\times\sqrt{\text{小}}\times\sqrt{\text{大}}}\quad\cdots(40)$$

これを括って

$$\frac{2\times\text{小}\times\sqrt{\text{小}}\times\sqrt{\text{大}}}{3}+\frac{1\times\text{率}\times\text{原数}}{5}+\frac{3\times\text{率}\times\text{一差}}{7}+\frac{5\times\text{率}\times\text{二差}}{9}+\frac{7\times\text{率}\times\text{三差}}{11}$$

$$=\text{穿去冪積}\quad\cdots(41)$$

３．内面積　を求める

図８から、

$$\frac{\text{子}\times\text{小}}{\text{某乙}}=\text{某丑}\quad\cdots(42)$$

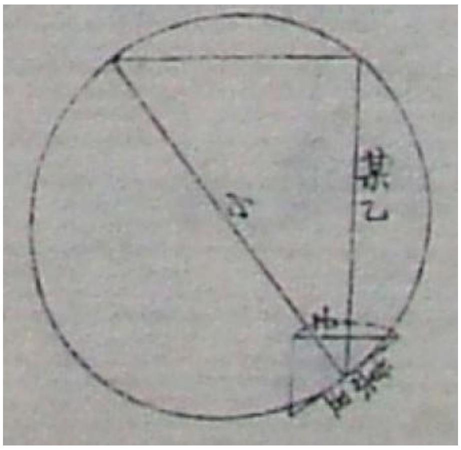

図８

図９の、某内面積の図　から

某丑×某弦＝某内面積　・・・（４３）

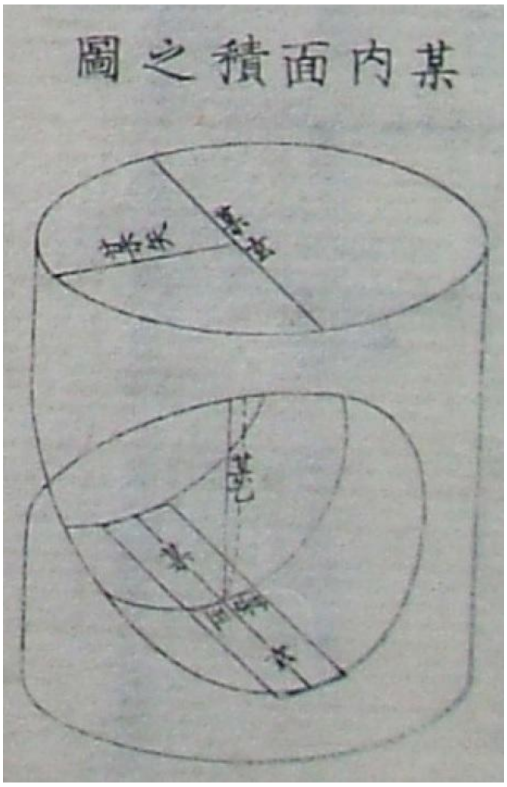

図９

某弦と、某丑を解く

$$2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}$$

$$\times\left(1-\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^{2}\times率^{2}-\frac{3}{48}\times天^{3}\times率^{3}-\frac{15}{384}\times天^{4}\times率^{4}\right)=某弦・・・(8)$$

（８），（４２）を（４３）に代入して

$$\frac{子\times小}{某乙}\times2\times\sqrt{天}\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}$$

$$\times\left(1-\frac{1}{2}\times天\times率-\frac{1}{8}\times天^{2}\times率^{2}-\frac{3}{48}\times天^{3}\times率^{3}-\frac{15}{384}\times天^{4}\times率^{4}\right)=某内面積\quad・・・(44)$$

$$\frac{子\times\sqrt{天}}{某乙}-\frac{子\times\sqrt{天}\times天\times率}{2\times某乙}-\frac{子\times\sqrt{天}\times天^{2}\times率^{2}}{8\times某乙}-\frac{子\times3\times\sqrt{天}\times天^{3}\times率^{3}}{48\times某乙}$$

$$-\frac{子\times15\times\sqrt{天}\times天^{4}\times率^{4}}{384\times某乙}=\frac{某内面積}{2\times小\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\quad・・・(45)$$

子を解き、乙除奇乗表に依ってこれを畳み、内面積半を得る。２倍して内面積とする。

$子=\dfrac{小}{截数}$　を　代入して

$$\frac{\sqrt{天}}{某乙}\times\frac{小}{截数}-\frac{\sqrt{天}\times天\times率}{2\times某乙}\times\frac{小}{截数}-\frac{\sqrt{天}\times天^{2}\times率^{2}}{8\times某乙}\times\frac{小}{截数}-\frac{3\times\sqrt{天}\times天^{3}\times率^{3}}{48\times某乙}$$

$$\times\frac{小}{截数}-\frac{15\times\sqrt{天}\times天^{4}\times率^{4}}{384\times某乙}\times\frac{小}{截数}$$

$$=\frac{某内面積}{2\times小\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\quad・・・(46)$$

乙除奇乗表によって、これを畳む。

第１項は、$\frac{截数}{小}\times\frac{小}{截数}=1$

第２項は、$-\frac{率}{2}\times\frac{2\times截数}{3\times小}\times\frac{小}{截数}=-\frac{率}{3}$

第３項は、$-\frac{率^2}{8}\times\frac{8\times截数}{15\times小}\times\frac{小}{截数}=-\frac{率^2}{15}$

第４項は、$-\frac{3\times率^3}{48}\times\frac{48\times截数}{105\times小}\times\frac{小}{截数}=-\frac{3\times率^3}{105}$

第５項は、$-\frac{15\times率^4}{384}\times\frac{384\times截数}{945\times小}\times\frac{小}{截数}=-\frac{15\times率^4}{945}$

したがって

$$1-\frac{率}{3}-\frac{率^2}{15}-\frac{3\times率^3}{105}-\frac{15\times率^4}{945}=\frac{内面積半}{2\times小\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\quad\cdots(47)$$

内面積半$=\frac{内面積}{2}$　なので

$$1-\frac{率}{3}-\frac{率^2}{15}-\frac{3\times率^3}{105}-\frac{15\times率^4}{945}=\frac{内面積}{4\times小\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}}\quad\cdots(48)$$

これを括って

$$4\times小\times\sqrt{小}\times\sqrt{大}-\frac{率\times原数}{3}-\frac{1\times率\times一差}{5}-\frac{3\times率\times二差}{7}-\frac{5\times率\times三差}{9}=内面積\quad\cdots(49)$$

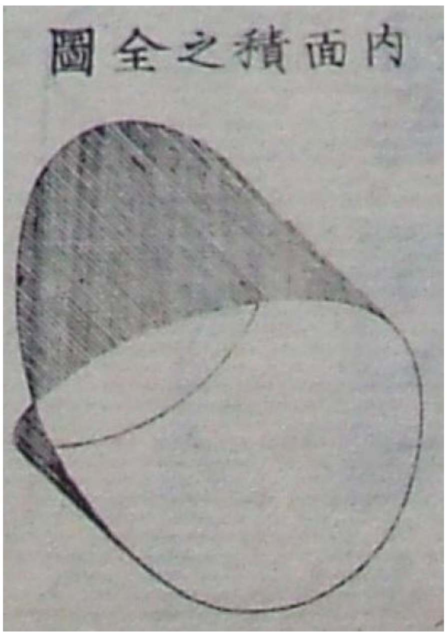

図１０

穿去積、穿去覓積、内面積をそれぞれ五差までの表が示されているが、
ここでは省略した。

これによって、答術を施すときは、つぎのようになる。

穿去積

術日置去径以筒径除之$^{\text{名率}}$開平方乗筒径及去径冪一十六乗一十五除為原数乗率二乗$^{\text{一}}_{\text{七}}$除
為一差乗率$^{\text{一}}_{\text{三}}$乗$^{\text{二}}_{\text{九}}$除為二差乗率$^{\text{三}}_{\text{四}}$乗$^{\text{三}}_{\text{十一}}$除為三差乗率$^{\text{五}}_{\text{五}}$乗$^{\text{四}}_{\text{十三}}$除為四差
逐而如此求之置原数内累減逐差余得穿去積合問

穿去覓積

術日置去径以筒径除之$^{\text{名率}}$開平方乗筒径及去径二因三除之為原数乗率一乗五除為一差
乗率三乗七除為二差乗率五乗九除為三差乗率七乗一十一除為四差逐而如此求之置
原数累加逐差得穿去覓積合問

内面積

術日置去径以筒径除之$^{\text{名率}}$開平方乗筒径及去径四之為原数乗率三除為一差乗率一乗五除
為二差乗率三乗七除為三差乗率五乗九除為四差逐而如此求之置原数内累減逐差余
得内面積合問

この問題の穿去覓積の２倍は、図１１の内面積になり、
この問題の内面積は、図１１の穿去覓積になり、
穿去積は等しくなる。
したがって、２つの問題は、同題である。

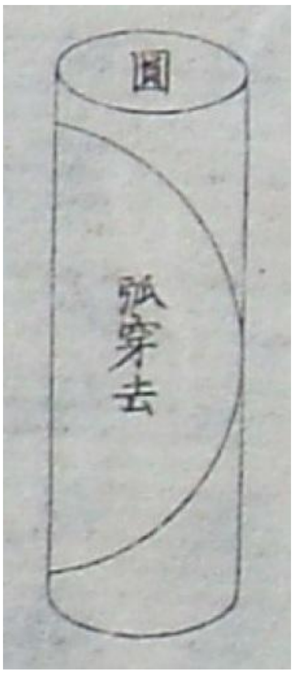

図１１