擬円径が１、擬弦が率　のときの弧背を求める。

$\frac{弦}{截数}$ を　子　とする。　・・・（１）

某段数を掛けて某平とする。

$\frac{某段数}{截数}$ を　天　と名づける。　・・・（２）

天×弦＝某平　・・・（３）

（３）を２乗して、径^2　から引いて、

某径^2　とする。

径^2－天^2×弦^2＝某径^2　・・・（４）

（４）に、径＝１，弦＝率　を適用して

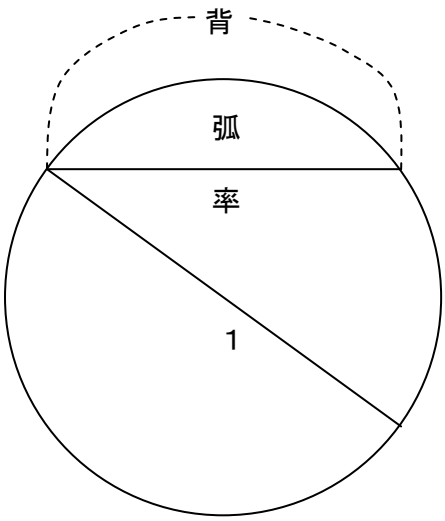

図１

１－天^2×率^2＝某径^2＝乾　と名付ける　・・・（５）

比例式	鉤級	股級	弦級
	某平	某径	1
	某鉤	子	某斜

背比例　と名付ける

背比例により、某斜を求める。

$\frac{子}{某径}$＝某斜　・・・（６）

（１）と（５）を適用して

さらに　弦＝率　として

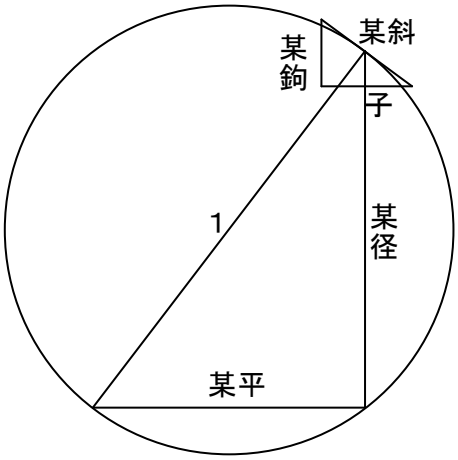

図２

$\frac{率}{截数\times\sqrt{乾}}$＝某斜＝坤　と名付ける　・・・（７）

坤を畳んで、弧背とする。

$$坤=\frac{率}{截数\times\sqrt{乾}}=\frac{率}{截数\times\sqrt{1-天^2\times率^2}}=\frac{率}{截数}\times\frac{1}{1-天^2\times率^2}\times\sqrt{1-天^2\times率^2}$$

・・・（８）

（８）を級数に展開する。帰除綴術で展開する部分と平方綴術で展開する部分に分けて考えてみる。

$$\frac{1}{1-天^2\times率^2}=1+天^2\times率^2+天^4\times率^4+天^6\times率^6+天^8\times率^8$$

$$\sqrt{1-天^2\times率^2}$$

$$=1-\frac{1}{2}\times天^2\times率^2-\frac{1}{8}\times天^4\times率^4-\frac{3}{48}\times天^6\times率^6-\frac{15}{384}\times天^8\times率^8$$

したがって

$$\frac{1}{1-天^2\times率^2}\times\sqrt{1-天^2\times率^2}$$

$$=\left(1+天^2\times率^2+天^4\times率^4+天^6\times率^6+天^8\times率^8\right)$$

$$\times\left(1-\frac{1}{2}\times天^2\times率^2-\frac{1}{8}\times天^4\times率^4-\frac{3}{48}\times天^6\times率^6-\frac{15}{384}\times天^8\times率^8\right)$$

天の９乗以上を無視して

$$\frac{1}{1-天^2\times率^2}\times\sqrt{1-天^2\times率^2}=1+天^2\times率^2+天^4\times率^4+天^6\times率^6$$

$$+天^8\times率^8-\frac{1}{2}\times天^2\times率^2-\frac{1}{2}\times天^4\times率^4-\frac{1}{2}\times天^6\times率^6-\frac{1}{2}\times天^8\times率^8$$

$$-\frac{1}{8}\times天^4\times率^4-\frac{1}{8}\times天^6\times率^6-\frac{1}{8}\times天^8\times率^8-\frac{3}{48}\times天^6\times率^6$$

$$-\frac{3}{48}\times天^8\times率^8-\frac{15}{384}\times天^8\times率^8$$

$$=1+\frac{1}{2}\times天^2\times率^2+\frac{3}{8}\times天^4\times率^4+\frac{15}{48}\times天^6\times率^6+\frac{105}{384}\times天^8\times率^8$$

したがって（８）は

$$坤=\frac{率}{截数}\times\left(1+\frac{1}{2}\times天^2\times率^2+\frac{3}{8}\times天^4\times率^4+\frac{15}{48}\times天^6\times率^6+\frac{105}{384}\times天^8\times率^8\right)$$

天表を使って畳むと

$$坤畳数=\frac{率}{截数}\times\left(截数+\frac{截数}{2\times3}\times率^2+\frac{3\times截数}{8\times5}\times率^4+\frac{15\times截数}{48\times7}\times率^6+\frac{105\times截数}{384\times9}\times率^8\right)$$

$$坤畳数=弧背=率\times\left(1+\frac{率^2}{2\times3}+\frac{3\times率^4}{8\times5}+\frac{15\times率^6}{48\times7}+\frac{105\times率^8}{384\times9}\right)$$

両辺を　率　で割って

$$1+\frac{率^{2}}{2\times 3}+\frac{3\times 率^{4}}{8\times 5}+\frac{15\times 率^{6}}{48\times 7}+\frac{105\times 率^{8}}{384\times 9}=\frac{弧背}{率}\qquad\cdots(9)$$

このとき　　径＝１，弦＝率　　です。

『算法求積通考　巻之二　第９』表の最後の式　が導きだせると思ったが
（９）は　率　の乗数が異なる。

『算法求積通考　巻之二　第９』表の最後の式　は、誤記ではないか？

『算法求積通考　巻之二　第９』表の最初の式　は

$$1+\frac{率}{2\times 3}+\frac{3\times 率^{2}}{8\times 5}+\frac{15\times 率^{3}}{48\times 7}+\frac{105\times 率^{4}}{384\times 9}+\frac{945\times 率^{5}}{3840\times 11}=\frac{弧背}{弦}\qquad\cdots(10)$$

ここでは、　$\frac{弦^{2}}{径^{2}}=率$　です。

これから、『算法求積通考　巻之二　第９』表の最後の式　を導いてみる。

（率の定義が変わるので、明確にするために囲みを変えました。）
（１０）は次のようになります。

$$弦+\frac{\left(\frac{弦^{2}}{径^{2}}\right)\times 弦}{2\times 3}+\frac{3\times\left(\frac{弦^{2}}{径^{2}}\right)^{2}\times 弦}{8\times 5}+\frac{15\times\left(\frac{弦^{2}}{径^{2}}\right)^{3}\times 弦}{48\times 7}+\frac{105\times\left(\frac{弦^{2}}{径^{2}}\right)^{4}\times 弦}{384\times 9}=弧背$$

ここで、径＝１　とすると

$$弦+\frac{\left(弦^{2}\right)\times 弦}{2\times 3}+\frac{3\times\left(弦^{2}\right)^{2}\times 弦}{8\times 5}+\frac{15\times\left(弦^{2}\right)^{3}\times 弦}{48\times 7}+\frac{105\times\left(弦^{2}\right)^{4}\times 弦}{384\times 9}=弧背$$

$$弦+\frac{弦^{3}}{2\times 3}+\frac{3\times 弦^{5}}{8\times 5}+\frac{15\times 弦^{7}}{48\times 7}+\frac{105\times 弦^{9}}{384\times 9}=弧背$$

両辺を　弦　で割り、弦＝率　なので　弦　を　率　と書き換えて

$$1+\frac{率^{2}}{2\times 3}+\frac{3\times 率^{4}}{8\times 5}+\frac{15\times 率^{6}}{48\times 7}+\frac{105\times 率^{8}}{384\times 9}=\frac{弧背}{率}$$

（９）と同じ式になり、『算法求積通考　巻之二　第９』表の最後の式にならない。
やはり、『算法求積通考　巻之二　第９』表の最後の式　は、誤記だろう。