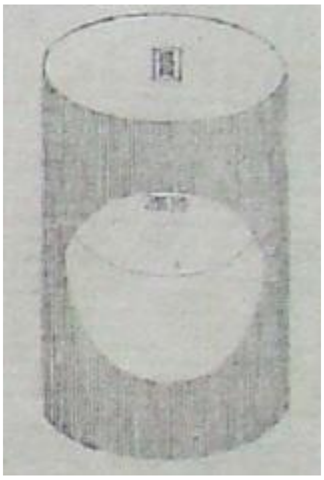

今有円筒如図穿去円乃円筒円両心相交

円筒径若干穿去円径若干問得交周術如何

（問題の意味）

図のように、円筒を円が穿去している。
円筒の中心軸は、円の中心軸と交わっている。
円筒の直径，穿去円の直径が解る時、交周の長さを求めよ。
（交周とは、２つの円筒の交わる線のこと。）

交周　を求める

円筒の直径を大径とし、大と書く。穿去円の直径を小径とし、小と書く。

$\frac{小}{截数}$ を　子　とする。

（一点鎖線の中は、私のメモ）

右の図１のように分割して考えているが、類似の問題と同じであるため、省略されている。

（この図は、６８問の図１）

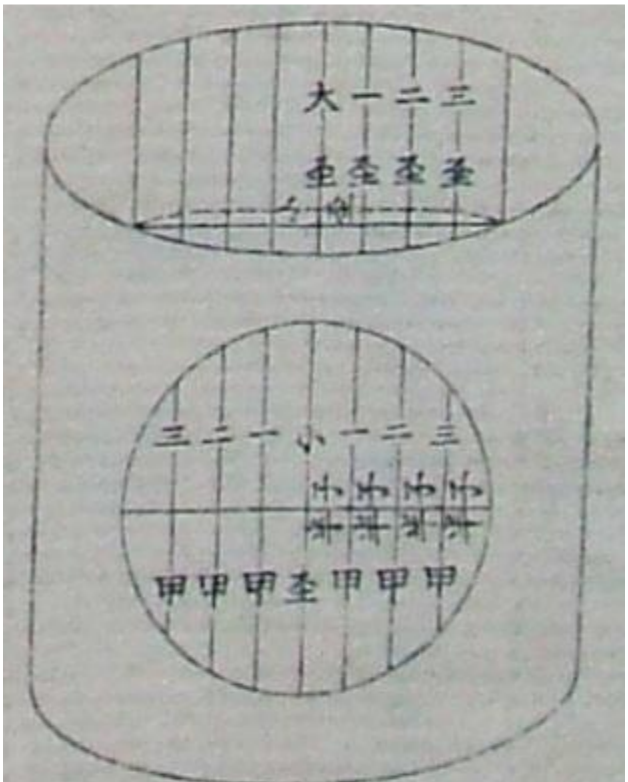

図１

某段数を掛けて、某平とする。

$$\frac{\text{小}}{\text{截数}} \times \text{某段数} = \text{某平}$$

$$\frac{\text{某段数}}{\text{截数}} \times \text{小} = \text{某平}$$

$\dfrac{\text{某段数}}{\text{截数}}$　を　天　と名づける。

天×小＝某平

第６８問の解に依って、某径　と　丑　を求める。

$\dfrac{\text{小}^2}{\text{大}^2}$　を　率　と名づける。

$$\text{大}^2 - \text{大}^2\text{天}^2\text{率} = \text{某径}^2$$

$$\frac{\text{子} \times \text{小}}{\text{某甲}} = \text{某丑}$$

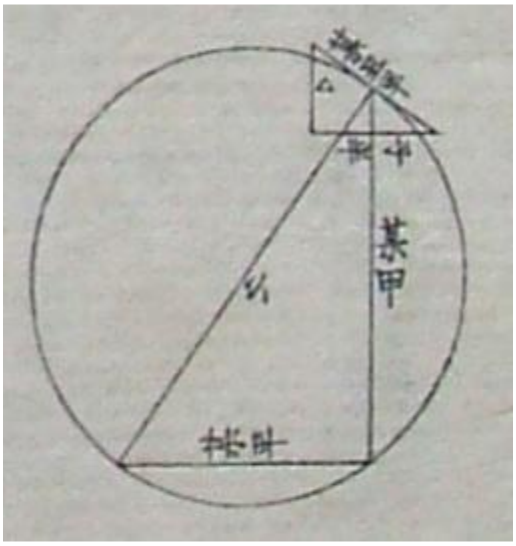

図２

三角形が相似の関係にあるので、

$$\frac{\text{小}}{\text{某甲}} = \frac{\text{某丑半}}{\text{子半}} = \frac{\text{某丑}}{\text{子}}$$

比例式から某勾を求める。

三角形を書くと、相似の関係にあるので、

$$\frac{\text{某平}}{\text{某径}} = \frac{\text{某勾半}}{\text{子半}} = \frac{\text{某勾}}{\text{子}}$$

比例式	
某径	某平
子	某勾

$$\frac{\text{子}\times\text{某平}}{\text{某径}} = \text{某勾}$$

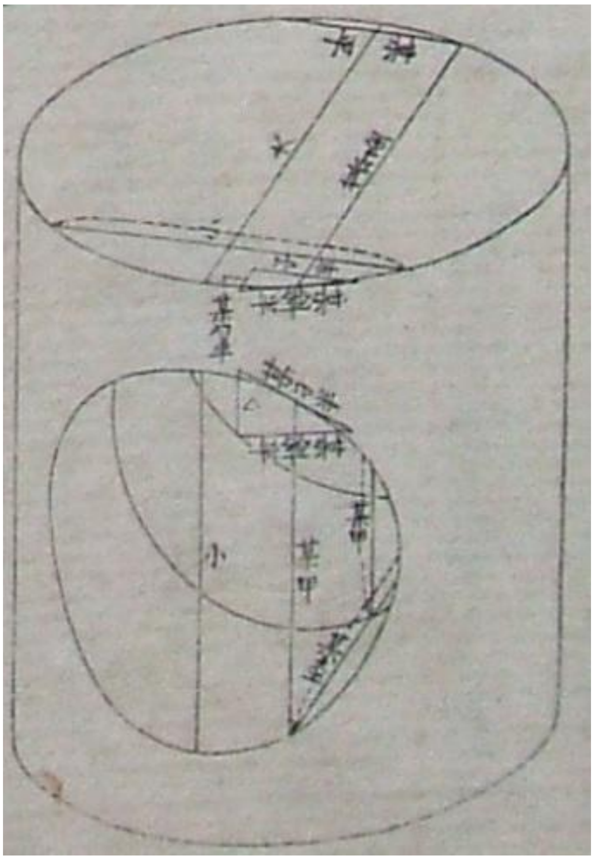

図３

$\text{某丑}^2 + \text{某勾}^2 = \text{某寅}^2$　とする。

某丑^2　および　某勾^2　を解き、

さらに　某平^2　を解く。

$$\left(\frac{\text{子}\times\text{小}}{\text{某甲}}\right)^2 + \left(\frac{\text{子}\times\text{某平}}{\text{某径}}\right)^2 = \text{某寅}^2$$

$$\frac{\text{子}^2\times\text{小}^2}{\text{某甲}^2} + \frac{\text{子}^2\times\text{某平}^2}{\text{某径}^2} = \text{某寅}^2$$

ここで　天×小＝某平　なので

$$\frac{\text{子}^2\times\text{小}^2}{\text{某甲}^2} + \frac{\text{子}^2\times\text{小}^2\times\text{天}^2}{\text{某径}^2} = \text{某寅}^2$$

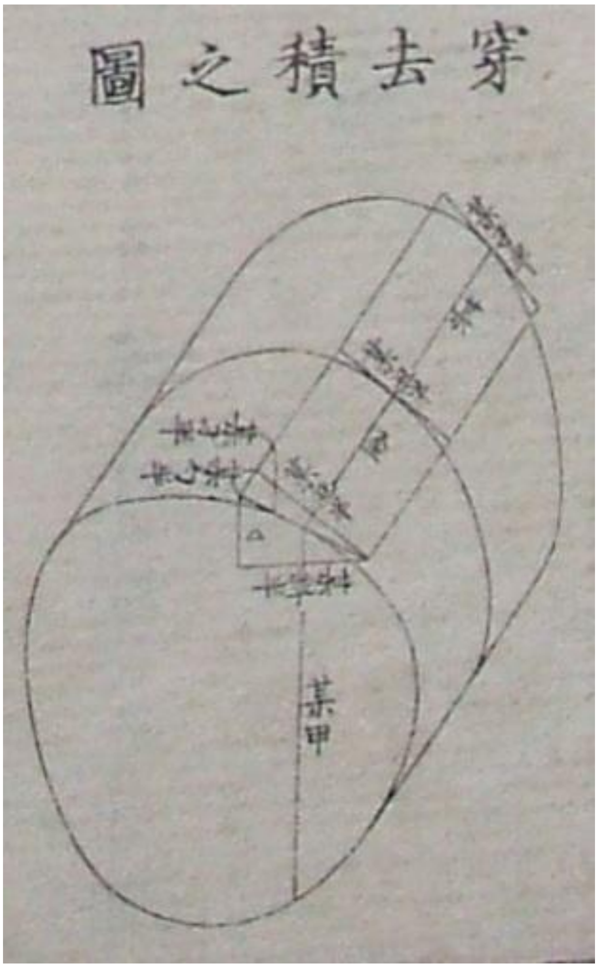

図４

平方綴術にこれを開き、２倍して、某寅の２倍とする。

「平方綴術（へいほうてつじゅつ）に開く」とは、$\sqrt{1-h}$ を級数展開すること。

$$\frac{子^2\times小^2}{某甲^2}\times\left\{1-\left(-\frac{天^2\times某甲^2}{某径^2}\right)\right\}=某寅^2$$

$$1-\left(-\frac{天^2\times某甲^2}{某径^2}\right)=\left(\frac{某寅\times某甲}{子\times小}\right)^2$$ これで、平方綴術を適用する。

$$\sqrt{1-\left(-\frac{天^2\times某甲^2}{某径^2}\right)}=\frac{某寅\times某甲}{子\times小}$$

$$1+\frac{天^2\times某甲^2}{2\times某径^2}-\frac{天^4\times某甲^4}{8\times某径^4}+\frac{3\times天^6\times某甲^6}{48\times某径^6}-\frac{15\times天^8\times某甲^8}{384\times某径^8}\cdots$$
$$=\frac{某寅\times某甲}{子\times小}$$

$$\overset{イ}{\frac{2\times子\times小}{某甲}}+\overset{ロ}{\frac{2\times子\times小\times天^2\times某甲}{2\times某径^2}}-\overset{ハ}{\frac{2\times子\times小\times天^4\times某甲^3}{8\times某径^4}}$$

$$+\overset{ニ}{\frac{2\times子\times小\times3\times天^6\times某甲^5}{48\times某径^6}}-\overset{ホ}{\frac{2\times子\times小\times15\times天^8\times某甲^7}{384\times某径^8}}=2\times某寅$$

子を解き、偶除表によって某径累乗冪の除数を解き、乗除等数を省く。

$子=\dfrac{小}{截数}$　なので、

イ　の項は、$\dfrac{2\times小^2}{某甲\times截数}=\overset{イ}{\dfrac{2\times子\times小}{某甲}}$

$$\frac{2}{某甲}=\overset{イ}{\frac{2\times子\times小}{某甲}}\times\frac{截数}{小^2}$$

$$\frac{2}{\text{某甲}}=\frac{\overset{\text{イ}}{2\times\text{子}\times\text{小}}}{\text{某甲}}\times\frac{\text{截数}}{\text{小}^2}$$

子 $=\dfrac{\text{小}}{\text{截数}}$　なので、ロ の項は、

$$\frac{2\times\text{小}^2\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2\times\text{截数}}=\frac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}$$

$$\frac{2\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}=\frac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\times\frac{\text{截数}}{\text{小}^2}$$

$$\frac{\text{天}^2\times\text{某甲}}{\text{大}^2}\times\frac{\text{大}^2}{\text{某径}^2}=\frac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\times\frac{\text{截数}}{\text{小}^2}$$

ここで、偶除表より

$$\frac{\text{大}^2}{\text{某径}^2}=1+\text{率}\times\text{天}^2+\text{率}^2\times\text{天}^4+\text{率}^3\times\text{天}^6+\text{率}^4\times\text{天}^8$$

代入して

$$\frac{\text{天}^2\times\text{某甲}}{\text{大}^2}\times\left(1+\text{率}\times\text{天}^2+\text{率}^2\times\text{天}^4+\text{率}^3\times\text{天}^6+\text{率}^4\times\text{天}^8\right)$$

$$=\frac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\times\frac{\text{截数}}{\text{小}^2}$$

$$\frac{\text{天}^2\times\text{某甲}}{\text{大}^2}+\frac{\text{率}\times\text{天}^4\times\text{某甲}}{\text{大}^2}+\frac{\text{率}^2\times\text{天}^6\times\text{某甲}}{\text{大}^2}+\frac{\text{率}^3\times\text{天}^8\times\text{某甲}}{\text{大}^2}+\frac{\text{率}^4\times\text{天}^{10}\times\text{某甲}}{\text{大}^2}$$

$$=\frac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\times\frac{\text{截数}}{\text{小}^2}$$

なぜか、両辺を２で割って

$$\frac{\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^2}+\frac{\text{率}\times\text{天}^4\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^2}+\frac{\text{率}^2\times\text{天}^6\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^2}+\frac{\text{率}^3\times\text{天}^8\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^2}+\frac{\text{率}^4\times\text{天}^{10}\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^2}$$

$$=\frac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\times\frac{\text{截数}}{2\times\text{小}^2}$$

子$=\dfrac{小}{截数}$　なので、ハ　の項は、

$$-\frac{2\times 小^{2}\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 某径^{4}\times 截数}=-\frac{2\times \overset{ハ}{子}\times 小\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 某径^{4}}$$

$$-\frac{2\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 某径^{4}}=-\frac{2\times \overset{ハ}{子}\times 小\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 某径^{4}}\times\frac{截数}{小^{2}}$$

$$-\frac{2\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 大^{4}}\times\frac{大^{4}}{某径^{4}}=-\frac{2\times \overset{ハ}{子}\times 小\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 某径^{4}}\times\frac{截数}{小^{2}}$$

ここで、偶除表より

$$\frac{大^{4}}{某径^{4}}=1+2\times 率\times 天^{2}+3\times 率^{2}\times 天^{4}+4\times 率^{3}\times 天^{6}+5\times 率^{4}\times 天^{8}$$

代入して、天の９乗以上になる項は捨てて

$$-\frac{2\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 大^{4}}\times\left(1+2\times 率\times 天^{2}+3\times 率^{2}\times 天^{4}+4\times 率^{3}\times 天^{6}\right)$$

$$=-\frac{2\times \overset{ハ}{子}\times 小\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 某径^{4}}\times\frac{截数}{小^{2}}$$

$$-\frac{2\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 大^{4}}-\frac{2\times 2\times 率\times 天^{6}\times 某甲^{3}}{8\times 大^{4}}-\frac{2\times 3\times 率^{2}\times 天^{8}\times 某甲^{3}}{8\times 大^{4}}$$

$$-\frac{2\times 4\times 率^{3}\times 天^{10}\times 某甲^{3}}{8\times 大^{4}}$$

$$=-\frac{2\times \overset{ハ}{子}\times 小\times 天^{4}\times 某甲^{3}}{8\times 某径^{4}}\times\frac{截数}{小^{2}}$$

なぜか、両辺を２で割って

$$-\frac{\text{天}^{4}\times\text{某甲}^{3}}{8\times\text{大}^{4}}-\frac{2\times\text{率}\times\text{天}^{6}\times\text{某甲}^{3}}{8\times\text{大}^{4}}-\frac{3\times\text{率}^{2}\times\text{天}^{8}\times\text{某甲}^{3}}{8\times\text{大}^{4}}-\frac{4\times\text{率}^{3}\times\text{天}^{10}\times\text{某甲}^{3}}{8\times\text{大}^{4}}$$

ハ

$$=-\frac{2\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^{4}\times\text{某甲}^{3}}{8\times\text{某径}^{4}}\times\frac{\text{截数}}{2\times\text{小}^{2}}$$

同様にして

$$\frac{3\times\text{天}^{6}\times\text{某甲}^{5}}{48\times\text{大}^{6}}+\frac{3\times3\times\text{率}\times\text{天}^{8}\times\text{某甲}^{5}}{48\times\text{大}^{6}}+\frac{3\times6\times\text{率}^{2}\times\text{天}^{10}\times\text{某甲}^{5}}{48\times\text{大}^{6}}$$

$$+\frac{3\times10\times\text{率}^{3}\times\text{天}^{12}\times\text{某甲}^{5}}{48\times\text{大}^{6}}$$

ニ

$$=\frac{2\times\text{子}\times\text{小}\times3\times\text{天}^{6}\times\text{某甲}^{5}}{48\times\text{某径}^{6}}\times\frac{\text{截数}}{2\times\text{小}^{2}}$$

$$-\frac{15\times\text{天}^{8}\times\text{某甲}^{7}}{384\times\text{大}^{8}}-\frac{4\times15\times\text{率}\times\text{天}^{10}\times\text{某甲}^{7}}{384\times\text{大}^{8}}-\frac{10\times15\times\text{率}^{2}\times\text{天}^{12}\times\text{某甲}^{7}}{384\times\text{大}^{8}}$$

$$-\frac{20\times15\times\text{率}^{3}\times\text{天}^{14}\times\text{某甲}^{7}}{384\times\text{大}^{8}}$$

ホ

$$=-\frac{2\times\text{子}\times\text{小}\times15\times\text{天}^{8}\times\text{某甲}^{7}}{384\times\text{某径}^{8}}\times\frac{\text{截数}}{2\times\text{小}^{2}}$$

イの項は、甲除偶乗表に依って畳み、　ロ以下の項は、偶乗甲表に依って畳む。

大^{2}で小^{2}を割り、累乗冪を率累乗冪に括り各畳数を得る。

イ の項について

$$\frac{2}{\text{某甲}}=\frac{\overset{イ}{2\times\text{子}\times\text{小}}}{\text{某甲}}\times\frac{\text{截数}}{\text{小}^{2}}$$

$$\frac{\text{小}^{2}\times 2}{\text{截数}}\times\frac{1}{\text{某甲}}=\frac{\overset{イ}{2\times\text{子}\times\text{小}}}{\text{某甲}}$$

甲除偶乗表によって、（表中の径は、ここでは小）

$$\frac{2\times\text{円積率}\times\text{截数}}{\text{小}}=\frac{1}{\text{某甲}}\text{の畳数}$$

$$\frac{\overset{イ}{2\times\text{子}\times\text{小}}}{\text{某甲}}\text{の畳数}=\frac{\text{小}^{2}\times 2}{\text{截数}}\times\frac{2\times\text{円積率}\times\text{截数}}{\text{小}}=4\times\text{小}\times\text{円積率}$$

$$1=\frac{\dfrac{\overset{イ}{2\times\text{子}\times\text{小}}}{\text{某甲}}\text{の畳数}}{4\times\text{小}\times\text{円積率}}$$

ロ の項について　（天の９乗以上は省略する。）

$$\frac{\text{天}^{2}\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^{2}}+\frac{\text{率}\times\text{天}^{4}\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^{2}}+\frac{\text{率}^{2}\times\text{天}^{6}\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^{2}}+\frac{\text{率}^{3}\times\text{天}^{8}\times\text{某甲}}{2\times\text{大}^{2}}$$

$$=\frac{\overset{ロ}{2\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^{2}\times\text{某甲}}}{2\times\text{某径}^{2}}\times\frac{\text{截数}}{2\times\text{小}^{2}}$$

偶乗甲表の初級により畳数を求める。（表の径は、ここでは小径）

$$\frac{1}{2\times\text{大}^{2}}\times\frac{\text{小}\times\text{円積率}\times\text{截数}}{4}+\frac{\text{率}}{2\times\text{大}^{2}}\times\frac{3\times\text{小}\times\text{円積率}\times\text{截数}}{4\times 6}$$

$$+\frac{\text{率}^{2}}{2\times\text{大}^{2}}\times\frac{3\times 5\times\text{小}\times\text{円積率}\times\text{截数}}{4\times 6\times 8}+\frac{\text{率}^{3}}{2\times\text{大}^{2}}\times\frac{3\times 5\times 7\times\text{小}\times\text{円積率}\times\text{截数}}{4\times 6\times 8\times 10}$$

$$=\frac{\overset{ロ}{2\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^{2}\times\text{某甲}}}{2\times\text{某径}^{2}}\text{の畳数}\times\frac{\text{截数}}{2\times\text{小}^{2}}$$

$$\frac{2\times\text{小}^2}{2\times\text{大}^2}\times\frac{\text{小}\times\text{円積率}}{4}+\frac{2\times\text{小}^2\times\text{率}}{2\times\text{大}^2}\times\frac{3\times\text{小}\times\text{円積率}}{4\times6}$$

$$+\frac{2\times\text{小}^2\times\text{率}^2}{2\times\text{大}^2}\times\frac{3\times5\times\text{小}\times\text{円積率}}{4\times6\times8}+\frac{2\times\text{小}^2\times\text{率}^3}{2\times\text{大}^2}\times\frac{3\times5\times7\times\text{小}\times\text{円積率}}{4\times6\times8\times10}$$

$$=\frac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\text{の畳数}$$

$$\text{率}\times\frac{\text{小}\times\text{円積率}}{4}+\text{率}^2\times\frac{3\times\text{小}\times\text{円積率}}{4\times6}$$

$$+\text{率}^3\times\frac{3\times5\times\text{小}\times\text{円積率}}{4\times6\times8}+\text{率}^4\times\frac{3\times5\times7\times\text{小}\times\text{円積率}}{4\times6\times8\times10}$$

$$=\frac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\text{の畳数}$$

$$\frac{\text{率}}{4}+\frac{3\times\text{率}^2}{4\times6}+\frac{3\times5\times\text{率}^3}{4\times6\times8}+\frac{3\times5\times7\times\text{率}^4}{4\times6\times8\times10}=\frac{\dfrac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\text{の畳数}}{\text{小}\times\text{円積率}}$$

なぜか、右辺の分母に４を掛けて分子に２の２乗を掛けて

$$\frac{\text{率}}{4}+\frac{3\times\text{率}^2}{4\times6}+\frac{3\times5\times\text{率}^3}{4\times6\times8}+\frac{3\times5\times7\times\text{率}^4}{4\times6\times8\times10}=\frac{2^2\times\dfrac{\overset{\text{ロ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}\text{の畳数}}{4\times\text{小}\times\text{円積率}}$$

ハの項〜ホの項についても同様にして

$$-\frac{3\times\text{率}^2}{6\times8}-\frac{2\times5\times3\times\text{率}^3}{6\times8\times10}-\frac{3\times7\times15\times\text{率}^4}{6\times8\times10\times12}-\frac{4\times9\times105\times\text{率}^5}{48\times10\times12\times14}$$

$$=\frac{8^2\times\left(-\dfrac{\overset{\text{ハ}}{2}\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^4\times\text{某甲}^3}{8\times\text{某径}^4}\right)\text{の畳数}}{3\times4\times\text{小}\times\text{円積率}}$$

$$\frac{3\times5\times率^{3}}{8\times10\times12}+\frac{3\times7\times15\times率^{4}}{8\times10\times12\times14}+\frac{6\times9\times105\times率^{5}}{80\times12\times14\times16}$$

$$+\frac{10\times11\times945\times率^{6}}{960\times14\times16\times18}=\frac{48^{2}\times\overset{㊁}{\dfrac{2\times子\times小\times3\times天^{6}\times某甲^{5}}{48\times某径^{6}}}の畳数}{3\times15\times4\times小\times円積率}$$

$$-\frac{7\times5\times3\times率^{4}}{10\times12\times14\times16}-\frac{4\times9\times105\times率^{5}}{120\times14\times16\times18}-\frac{10\times11\times945\times率^{6}}{1680\times16\times18\times20}$$

$$-\frac{20\times13\times10395\times率^{7}}{28080\times18\times20\times22}$$

$$=\frac{384^{2}\times\left(-\overset{㋭}{\dfrac{2\times子\times小\times15\times天^{8}\times某甲^{7}}{384\times某径^{8}}}\right)の畳数}{15\times105\times4\times小\times円積率}$$

㋑ ～ ㋭ 各項の畳数を加えれば、寅２倍の畳数となり、それは交周である。

ここで、それぞれの内容を詳細にみると、次のように変形できる。

１－率＝乾　とする。
平方に開いて１を引く。

平方綴術で、級数にすると

$$\sqrt{1-率}=\sqrt{乾}$$

$$1+\frac{率}{2}+\frac{率^{2}}{8}+\frac{3\times率^{3}}{48}+\frac{15\times率^{4}}{384}=\sqrt{乾}$$

両辺から１を引いて

$$\frac{率}{2}+\frac{率^{2}}{8}+\frac{3\times率^{3}}{48}+\frac{15\times率^{4}}{384}=\sqrt{乾}-1$$

これを自乗して、率で割って

$$\left(\frac{\text{率}}{2}+\frac{\text{率}^2}{8}+\frac{3\times\text{率}^3}{48}+\frac{15\times\text{率}^4}{384}\right)^2=\left(\sqrt{\text{乾}}-1\right)^2$$

$$\frac{\text{率}^2}{2\times2}+\frac{\text{率}^3}{2\times8}+\frac{3\times\text{率}^4}{2\times48}+\frac{15\times\text{率}^5}{2\times384}+\frac{\text{率}^3}{2\times8}+\frac{\text{率}^4}{8\times8}+\frac{3\times\text{率}^5}{8\times48}$$

$$+\frac{15\times\text{率}^6}{8\times384}+\frac{3\times\text{率}^4}{2\times48}+\frac{3\times\text{率}^5}{8\times48}+\frac{3\times\text{率}^6}{48\times48}+\frac{15\times\text{率}^7}{48\times384}$$

$$+\frac{15\times\text{率}^5}{2\times384}+\frac{15\times\text{率}^6}{8\times384}+\frac{3\times15\times\text{率}^7}{48\times48}+\frac{15\times15\times\text{率}^8}{384\times384}$$

$$=\left(\sqrt{\text{乾}}-1\right)^2$$

率の６乗以上は無視して

$$\frac{\text{率}^2}{2\times2}+\frac{\text{率}^3}{2\times8}+\frac{3\times\text{率}^4}{2\times48}+\frac{15\times\text{率}^5}{2\times384}+\frac{\text{率}^3}{2\times8}+\frac{\text{率}^4}{8\times8}+\frac{3\times\text{率}^5}{8\times48}$$

$$+\frac{3\times\text{率}^4}{2\times48}+\frac{3\times\text{率}^5}{8\times48}+\frac{15\times\text{率}^5}{2\times384}=\left(\sqrt{\text{乾}}-1\right)^2$$

$$\frac{\text{率}^2}{4}+\frac{\text{率}^3}{8}+\frac{5\times\text{率}^4}{8\times8}+\frac{7\times\text{率}^5}{2\times8\times8}=\left(\sqrt{\text{乾}}-1\right)^2$$

両辺を率で割って

$$\frac{\text{率}}{4}+\frac{\text{率}^2}{4\times2}+\frac{5\times\text{率}^3}{4\times2\times8}+\frac{7\times\text{率}^4}{4\times2\times8\times2}=\frac{\left(\sqrt{\text{乾}}-1\right)^2}{\text{率}}$$

２項目～４項目の分子，分母に３を、４項目の分子，分母には更に５を掛けて（？）

$$\frac{\text{率}}{4}+\frac{3\times\text{率}^2}{4\times6}+\frac{5\times3\times\text{率}^3}{4\times6\times8}+\frac{7\times5\times3\times\text{率}^4}{4\times6\times8\times10}=\frac{\left(\sqrt{\text{乾}}-1\right)^2}{\text{率}}$$

これを　極　とする。

この左辺は、口　の畳数をもとめた時の左辺に等しい。したがって

$$\text{極}=\frac{2^2\times\overset{\text{口}}{\dfrac{2\times\text{子}\times\text{小}\times\text{天}^2\times\text{某甲}}{2\times\text{某径}^2}}\text{の畳数}}{4\times\text{小}\times\text{円積率}}$$

さらに、４×円積率＝円周率　　を適用して

$$\frac{極\times小\times円周率}{2^2}=\frac{2\times子\times小\times天^2\times某甲}{2\times某径^2}の畳数$$

口

極を級数の形で表して、自乗して

$$\left(\frac{率}{4}+\frac{3\times率^2}{4\times6}+\frac{5\times3\times率^3}{4\times6\times8}+\frac{7\times5\times3\times率^4}{4\times6\times8\times10}\right)^2=極^2$$

$$\frac{率^2}{4\times4}+\frac{3\times率^3}{4\times4\times6}+\frac{5\times3\times率^4}{4\times4\times6\times8}+\frac{7\times5\times3\times率^5}{4\times4\times6\times8\times10}+\frac{3\times率^3}{4\times4\times6}$$

$$+\frac{3\times3\times率^4}{4\times6\times4\times6}+\frac{3\times5\times3\times率^5}{4\times6\times4\times6\times8}+\frac{3\times7\times5\times3\times率^6}{4\times6\times4\times6\times8\times10}$$

$$+\frac{5\times3\times率^4}{4\times4\times6\times8}+\frac{3\times5\times3\times率^5}{4\times6\times4\times6\times8}+\frac{5\times3\times5\times3\times率^6}{4\times6\times8\times4\times6\times8}$$

$$+\frac{5\times3\times7\times5\times3\times率^7}{4\times6\times8\times4\times6\times8\times10}+\frac{7\times5\times3\times率^5}{4\times4\times6\times8\times10}$$

$$+\frac{3\times7\times5\times3\times率^6}{4\times6\times4\times6\times8\times10}+\frac{5\times3\times7\times5\times3\times率^7}{4\times6\times8\times4\times6\times8\times10}$$

$$+\frac{7\times5\times3\times7\times5\times3\times率^8}{4\times6\times8\times10\times4\times6\times8\times10}=極^2$$

率の６乗以上は無視して

$$\frac{率^2}{4\times4}+\frac{3\times率^3}{4\times4\times6}+\frac{5\times3\times率^4}{4\times4\times6\times8}+\frac{7\times5\times3\times率^5}{4\times4\times6\times8\times10}+\frac{3\times率^3}{4\times4\times6}$$

$$+\frac{3\times3\times率^4}{4\times6\times4\times6}+\frac{3\times5\times3\times率^5}{4\times6\times4\times6\times8}+\frac{5\times3\times率^4}{4\times4\times6\times8}$$

$$+\frac{3\times5\times3\times率^5}{4\times6\times4\times6\times8}+\frac{7\times5\times3\times率^5}{4\times4\times6\times8\times10}=極^2$$

$$\frac{率^2}{4\times4}+\frac{3\times率^3}{4\times4\times6}+\frac{5\times3\times率^4}{4\times4\times6\times8}+\frac{7\times5\times3\times率^5}{4\times4\times6\times8\times10}+\frac{3\times率^3}{4\times4\times6}$$

$$\frac{率^2}{2\times8}+\frac{2\times3\times率^3}{6\times8\times2}+\frac{3\times7\times3\times率^4}{6\times8\times2\times3\times4}+\frac{2\times2\times3\times3\times5\times3\times率^5}{48\times10\times2\times6\times2}$$

$$=極^2$$

１項目の分子，分母に３を、２項目，３項目の分子，分母には５を、
４項目の分子，分母には７を掛けて（かたちを合わせるため？）

$$\frac{3\times率^2}{6\times8}+\frac{2\times5\times3\times率^3}{6\times8\times10}+\frac{3\times7\times15\times率^4}{6\times8\times10\times12}+\frac{4\times9\times105\times率^5}{48\times10\times12\times14}=極^2$$

この左辺は、ハ　の畳数をもとめた時の左辺に等しい。したがって

$$極^2=\frac{8^2\times\left(-\overset{ハ}{\frac{2\times子\times小\times天^4\times某甲^3}{8\times某径^4}}\right)の畳数}{3\times4\times小\times円積率}$$

正負の符号について疑問があるが、良く解らないので、後で見直すことにして
いまは、このまま進める。
ここで、４×円積率＝円周率　　を適用して

$$\frac{極^2\times3\times小\times円周率}{8^2}=-\overset{ハ}{\frac{2\times子\times小\times天^4\times某甲^3}{8\times某径^4}}の畳数$$

つぎに、極を更に掛けて、見直すと

同様にして

$$\frac{5\times3\times率^3}{8\times10\times12}+\frac{3\times7\times15\times率^4}{8\times10\times12\times14}+\frac{6\times9\times105\times率^5}{80\times12\times14\times16}$$

$$+\frac{10\times11\times945\times率^6}{960\times14\times16\times18}=極^3$$

この左辺は、 ㊁ の畳数をもとめた時の左辺に等しい。したがって

$$極^3 = \frac{48^2 \times \overset{㊁}{\dfrac{2\times子\times小\times3\times天^6\times某甲^5}{48\times某径^6}}\text{の畳数}}{3\times15\times4\times小\times円積率}$$

ここで、４×円積率＝円周率　　を適用して

$$\frac{極^3\times3\times15\times小\times円周率}{48^2} = \overset{㊁}{\frac{2\times子\times小\times3\times天^6\times某甲^5}{48\times某径^5}}\text{の畳数}$$

このように、極累乗冪の状況を見て、 ㋑ 〜 ㋭ の畳数を表すと、その和である交周は次のようになる。

$$1+\frac{極}{2^2}-\frac{3\times極^2}{8^2}+\frac{3\times15\times極^3}{48^2}-\frac{15\times105\times極^3}{384^2}=\frac{交周}{小\times円周率}$$

これを、いつものように括って

$$小\times円周率+\frac{極\times原数}{2^2}-\frac{3\times1\times極\times一差}{4^2}+\frac{5\times3\times極\times二差}{6^2}-\frac{7\times5\times極\times三差}{8^2}=交周$$

ここで

$$原数=小\times円周率\quad,\quad 一差=\frac{極\times原数}{2^2}\quad,\quad 二差=-\frac{3\times1\times極\times一差}{4^2}$$

$$三差=\frac{5\times3\times極\times二差}{6^2}$$

$\dfrac{小}{大}$ を　定　と名づける。

解の中でいままで使って来た、　率　は　定^2　になります。

このようにすると、

$$1-定^2=乾\qquad、\qquad \frac{\left(\sqrt{乾}-1\right)^2}{定^2}=極$$

となります。

これによって答術をほどこすと、つぎのようになります。

術曰置穿去円径以円筒径除之$^{\text{名定}}$自之以減一個余平方開之以減一個余以定除之自之$^{\text{名率}}$

置穿去円径乗円周率為原数乗率二冪除為一差乗率$\frac{\text{一}}{\text{三}}$乗四冪除為二差乗率$\frac{\text{三}}{\text{五}}$乗六冪除為

三差乗率$\frac{\text{五}}{\text{七}}$乗八冪除為四差逐而如此求之置原数累加奇差内累減偶差余得交周合問

また、交周を良く見て楕円周に括り、別術をほどこすときは、つぎのとおり。

$$\text{小}\times\text{円周率}+\frac{\text{極}\times\text{原数}}{2^2}-\frac{3\times1\times\text{極}\times\text{一差}}{4^2}+\frac{5\times3\times\text{極}\times\text{二差}}{6^2}-\frac{7\times5\times\text{極}\times\text{三差}}{8^2}=\text{交周}$$

図５とそれぞれの定義を見る。

$\frac{\text{小}}{\text{大}}=\text{定}$　　としているので

$$\text{乾}=1-\text{定}^2$$

図５から　$\text{乾}=\dfrac{\text{離径}^2}{\text{大}^2}$

また

$$\text{極}=\frac{\left(\sqrt{\text{乾}}-1\right)^2}{\text{定}^2}$$

なので、図５から

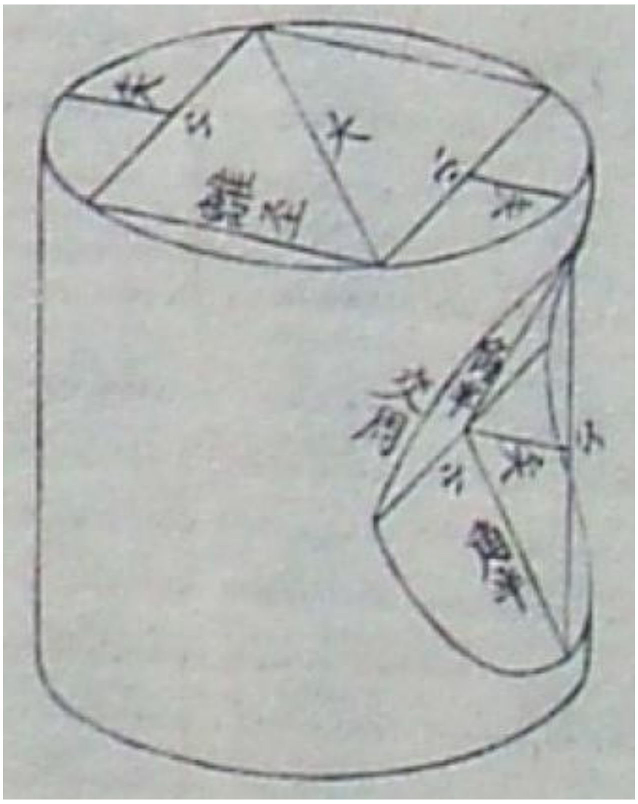

図５

図５から
大－離径＝２矢
したがって

$$\text{極}=\frac{\left(\sqrt{\text{乾}}-1\right)^2}{\text{定}^2}=\frac{\left(\sqrt{\dfrac{\text{離径}^2}{\text{大}^2}}-1\right)^2}{\left(\dfrac{\text{小}}{\text{大}}\right)^2}=\frac{\left(\dfrac{\text{離径}}{\text{大}}-1\right)^2}{\dfrac{\text{小}^2}{\text{大}^2}}=\frac{\dfrac{(\text{離径}-\text{大})^2}{\text{大}^2}}{\dfrac{\text{小}^2}{\text{大}^2}}$$

$$\text{極}=\frac{(\text{離径}-\text{大})^2}{\text{小}^2}=\frac{(-2\text{矢})^2}{\text{小}^2}=\frac{4\times\text{矢}^2}{\text{小}^2}$$

$$極 = \frac{4 \times 矢^2}{小^2}$$

ゆえに交周は、

図５の　角半の２倍が角、角の２乗が角^2　,　$\left(\frac{角}{2}\right)^2 = 矢^2 + \left(\frac{小}{2}\right)^2$

$$角^2 = 4 \times 矢^2 + 小^2$$

で表される　角^2　を　長径^2　とし、小径　を　短径　として求める　楕円周と全く同じ。

これによって、別術をほどこすときは、次のようである。

術日置筒径自之内減去径冪余平方開之以減筒径余自之加去径冪^{擬長径冪}以去径^{擬短径}

依術求側円周為交周合問

＜以下は後日とします。＞

評曰角を長径とし小径を短径として求る側圓周と交周と相親く等しきはいふしれ
下圖の如く常の側圓周を離れて別ふ一ツの側圓周同数の物あるといふこそ術
中に自然と別ふ側圓周の象を顯せ圓壔或球ふ圓を穿つ類皆此理ふ同し

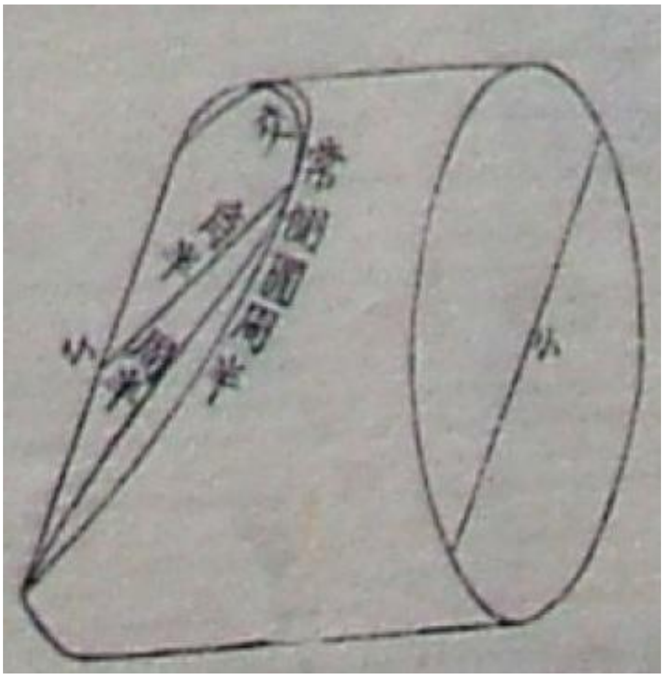

図６

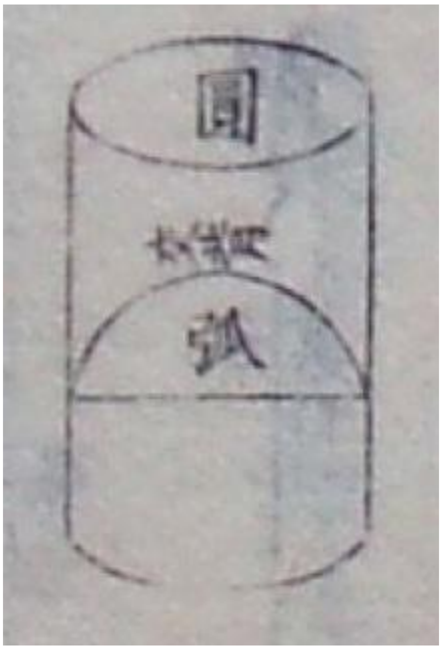

図７

上圖の如く圓壔に弧を穿ち去る其交背ハ右題の交周半と全く同し故弧径を圓壔径とし弦を穿去径として右術に依て交周を求め半して上圖の交背と成