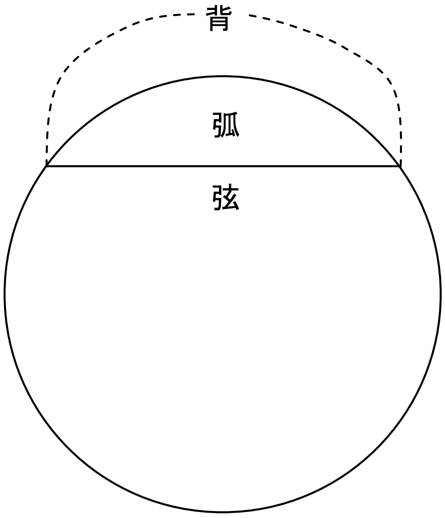

図１

今有弧如図円径若干弦若干問得背術如何

（問題の意味）
いま、図のように弧がある。
円の直径と弦を知って、背を求めよ。

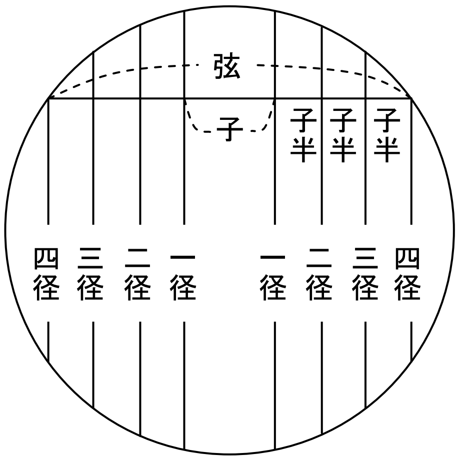

図２

（一点鎖線の中は、私のメモ）
左の図２のように分割して考える。
分割する個数を　截数　という。

図２は、弦を４つに分割しており
この場合の截数は４.

$\dfrac{\text{弦}}{\text{截数}}$ を　子　とする。　・・・（１）
某段数を掛けて某平とする。

$\dfrac{\text{弦}}{\text{截数}}\times\text{某段数}=\text{某平}$

$\dfrac{\text{某段数}}{\text{截数}}\times\text{弦}=\text{某平}$

$\dfrac{\text{某段数}}{\text{截数}}$ を　天　と名づける。　（２）

$\dfrac{\text{弦}^2}{\text{径}^2}$ を　率　と名づける。　（３）

$\text{天}\times\text{弦}=\text{某平}$　・・・（４）

（４）を２乗して、径^2　から引いて、某径^2　とする。

$\text{径}^2-\text{天}^2\times\text{弦}^2=\text{某径}^2$　・・・（５）

（３）から

$\text{弦}^2=\text{径}^2\times\text{率}$　・・・（６）

（５）に（６）を代入して

$$\text{径}^2-\text{天}^2\times\text{径}^2\times\text{率}=\text{某径}^2 \quad \cdots(7)$$

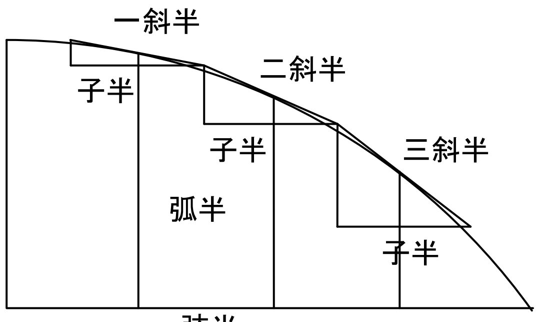

図３

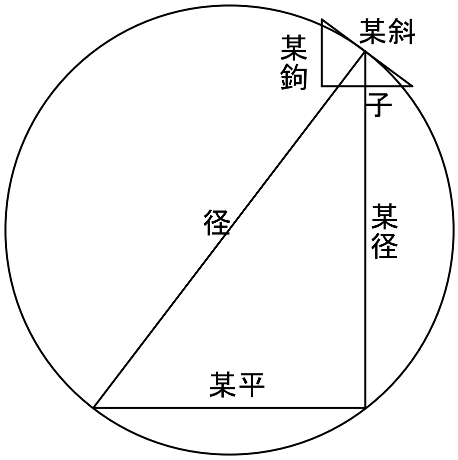

図４

比例式	鉤級	股級	弦級
	某平	某径	径
	某鉤	子	某斜

背比例　と名付ける

背比例により、某斜を求める。

$$\frac{\text{径}\times\text{子}}{\text{某径}}=\text{某斜} \quad \cdots(8)$$

径除奇除表により　$\dfrac{\text{径}}{\text{某径}}$　を級数に展開する。

$$\text{子}+\frac{\text{率}\times\text{天}^2\times\text{子}}{2}+\frac{3\times\text{率}^2\times\text{天}^4\times\text{子}}{8}+\frac{15\times\text{率}^3\times\text{天}^6\times\text{子}}{48}+\frac{105\times\text{率}^4\times\text{天}^8\times\text{子}}{384}=\text{某斜} \quad \cdots(9)$$

これを畳んで、某斜の畳数とすると、即ち、弧背です。
畳み方は、天表により、天の累乗の畳数を適用し、子に（１）を代入

$$\frac{\text{截数}\times\text{弦}}{\text{截数}}+\frac{\text{率}\times\text{截数}\times\text{弦}}{2\times3\times\text{截数}}+\frac{3\times\text{率}^2\times\text{截数}\times\text{弦}}{8\times5\times\text{截数}}+\frac{15\times\text{率}^3\times\text{截数}\times\text{弦}}{48\times7\times\text{截数}}$$

$$+\frac{105\times\text{率}^4\times\text{截数}\times\text{弦}}{384\times9\times\text{截数}}=\text{弧背}$$

截数を約分して

$$\text{弦}+\frac{\text{率}\times\text{弦}}{2\times3}+\frac{3\times\text{率}^2\times\text{弦}}{8\times5}+\frac{15\times\text{率}^3\times\text{弦}}{48\times7}+\frac{105\times\text{率}^4\times\text{弦}}{384\times9}=\text{弧背} \quad \cdots(10)$$

（１０）を変形して

$$弦+弦\times\left(\frac{1^2\times率}{2\times3}+\frac{1^2\times率}{2\times3}\times\left(\frac{3^2\times率}{4\times5}+\frac{3^2\times率}{4\times5}\times\left(\frac{5^2\times率}{6\times7}+\frac{5^2\times率}{6\times7}\times\left(\frac{7^2\times率}{8\times9}\right)\right)\right)\right)=弧背$$

項数を増やして、表にまとめると

原数	一差	二差	三差	四差	五差	$\frac{弦^2}{径^2}=率$
弦	$\frac{1^2\times率}{2\times3}\times原数$	$\frac{3^2\times率}{4\times5}\times一差$	$\frac{5^2\times率}{6\times7}\times二差$	$\frac{7^2\times率}{8\times9}\times三差$	$\frac{9^2\times率}{10\times11}\times四差$	$=弧背$

（１０）の項数を増やして、両辺を　径　で割ると

$$1+\frac{率}{2\times3}+\frac{3\times率^2}{8\times5}+\frac{15\times率^3}{48\times7}+\frac{105\times率^4}{384\times9}+\frac{945\times率^5}{3840\times11}=\frac{弧背}{弦}\quad\cdots(11)$$

（１１）は、『算法求積通考　巻之二　第９』表の最初の式になります。

ここでは、　$\frac{弦^2}{径^2}=率$　です。