

$\frac{\text{径}}{\text{截数}} = \text{子}$ とする

子 = 一平

$2 \times \text{子} = \text{二平}$

$3 \times \text{子} = \text{三平}$

$4 \times \text{子} = \text{四平}$

$5 \times \text{子} = \text{五平}$

ゆえに

某段数 \times 子 = 某平

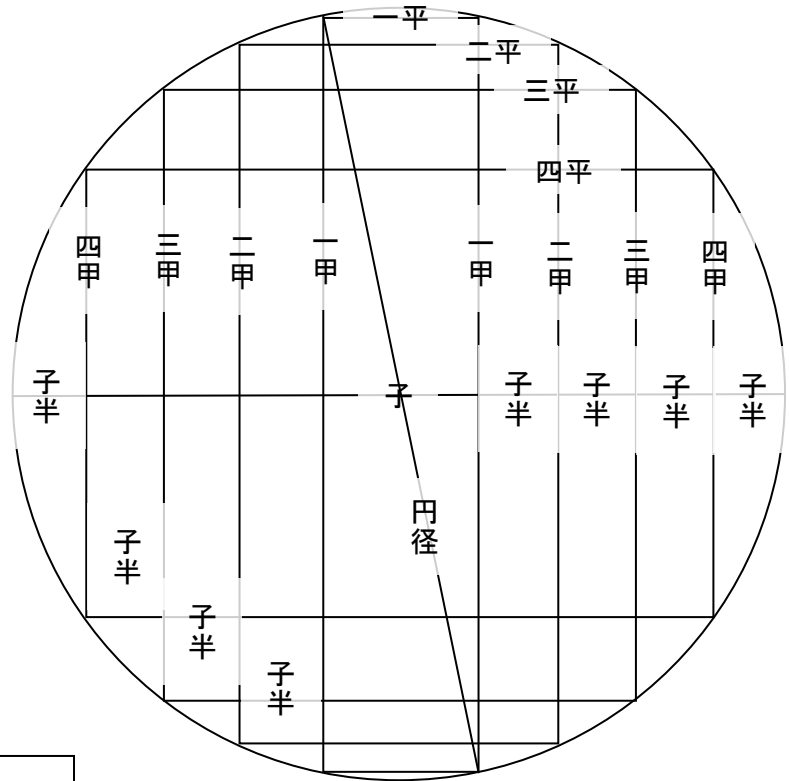
子を解いて

$$\frac{\text{某段数} \times \text{径}}{\text{截数}} = \text{某平}$$

これを括って

$$\frac{\text{某段数}}{\text{截数}} = \text{天} \text{ とすると}$$

図1 仮に截数を5とした場合の図



これを括る。とは、代入して整理すること。？（一点鎖線の中は、私のメモ）

$$\text{某段数} \times \frac{\text{径}}{\text{截数}} = \text{某平}$$

$$\frac{\text{某段数}}{\text{截数}} \times \text{径} = \text{某平}$$

径 \times 天 = 某平

これを自乗して 径² から引いて

まず、自乗した結果を考えると

$$\text{径}^2 \times \text{天}^2 = \text{某平}^2$$

径² から引いて。

$$\text{径}^2 - \text{径}^2 \times \text{天}^2 = \text{径}^2 - \text{某平}^2$$

図1で、鉤股弦の術（三平方の定理、ピタゴラスの定理）から

$$\text{径}^2 - \text{某平}^2 = \text{某甲}^2$$

$$\text{径}^2 - \text{径}^2 \times \text{天}^2 = \text{某甲}^2$$

平方綴術にこれを開くと

$$\text{径}^2 (1 - \text{天}^2) = \text{某甲}^2 \quad \text{と変形して、両辺の平方根をとると}$$

$$\text{径} \times \sqrt{1 - \text{天}^2} = \text{某甲}$$

ここで、「平方綴術に開く」とは、 $\sqrt{1 - h}$ を次のように級数展開することを言う。

$$\sqrt{1 - h} = 1 - \frac{1}{2}h - \frac{1}{8}h^2 - \frac{1}{16}h^3 - \frac{5}{128}h^4 - \frac{7}{256}h^5 - \dots$$

ここでは、 h が 天^2 なので

$$\sqrt{1 - \text{天}^2} = 1 - \frac{1}{2}\text{天}^2 - \frac{1}{8}\text{天}^4 - \frac{1}{16}\text{天}^6 - \frac{5}{128}\text{天}^8 - \frac{7}{256}\text{天}^{10} - \dots$$

天^6 以降の項は、約分する前の状態で書かれている。

$$\text{径} - \frac{\text{径} \times \text{天}^2}{2} - \frac{\text{径} \times \text{天}^4}{8} - \frac{3 \times \text{径} \times \text{天}^6}{48} - \frac{15 \times \text{径} \times \text{天}^8}{384} = \text{某甲} \quad \dots (1)$$

ここで、 天^{10} 以降は省略されている。近似値になっている。

これを畳んで、某甲の畳数とする。

(1) 式の左辺の第1項は、天や某数の乗数が無い。この場合は截数（せつすう？）を掛けて第1項の畳数の極数を求める。

第2項以降も、天の累乗に合わせて畳数を解いて某甲の畳数を求める。

一般に、畳数を求める時に、天や某数の乗数が無い場合は、截数を掛けて畳数とする。

後は皆同様。

$\frac{\text{截数}}{3} = \text{天幕畳数} = \text{天}^2 \text{畳数}$	$\frac{\text{截数}}{5} = \text{天三畳数} = \text{天}^4 \text{畳数}$
$\frac{\text{截数}}{7} = \text{天五畳数} = \text{天}^6 \text{畳数}$	$\frac{\text{截数}}{9} = \text{天七畳数} = \text{天}^8 \text{畳数}$

$$\text{径} \times \text{截数} - \frac{\text{径} \times \text{截数}}{2 \times 3} - \frac{\text{径} \times \text{截数}}{8 \times 5} - \frac{3 \times \text{径} \times \text{截数}}{48 \times 7} - \frac{15 \times \text{径} \times \text{截数}}{384 \times 9} = \text{某甲畳数} \quad \dots (2)$$

子を掛けて円の面積とする。

$$\begin{aligned} & \text{径} \times \text{截数} - \frac{\text{径} \times \text{截数}}{2 \times 3} - \frac{\text{径} \times \text{截数}}{8 \times 5} - \frac{3 \times \text{径} \times \text{截数}}{48 \times 7} - \frac{15 \times \text{径} \times \text{截数}}{384 \times 9} = \text{某甲量数} \\ & \text{子を掛けると} \\ & \text{径} \times \text{截数} \times \text{子} - \frac{\text{径} \times \text{截数} \times \text{子}}{2 \times 3} - \frac{\text{径} \times \text{截数} \times \text{子}}{8 \times 5} - \frac{3 \times \text{径} \times \text{截数} \times \text{子}}{48 \times 7} \\ & \quad - \frac{15 \times \text{径} \times \text{截数} \times \text{子}}{384 \times 9} = \text{某甲量数} \times \text{子} \\ & \text{子を解いて (子} = \frac{\text{径}}{\text{截数}} \text{を代入して)} \\ & \text{径} \times \text{截数} \times \frac{\text{径}}{\text{截数}} - \frac{\text{径} \times \text{截数} \times \frac{\text{径}}{\text{截数}}}{2 \times 3} - \frac{\text{径} \times \text{截数} \times \frac{\text{径}}{\text{截数}}}{8 \times 5} - \frac{3 \times \text{径} \times \text{截数} \times \frac{\text{径}}{\text{截数}}}{48 \times 7} \\ & \quad - \frac{15 \times \text{径} \times \text{截数} \times \frac{\text{径}}{\text{截数}}}{384 \times 9} = \text{某甲量数} \times \text{子} \\ & \text{ここで、図1から (円積 とは 円の面積のこと)} \\ & \text{某甲量数} \times \text{子} = \text{円積} \quad \text{であることが解る} \end{aligned}$$

$$\text{径}^2 - \frac{\text{径}^2}{2 \times 3} - \frac{\text{径}^2}{8 \times 5} - \frac{3 \times \text{径}^2}{48 \times 7} - \frac{15 \times \text{径}^2}{384 \times 9} = \text{円積} \quad \dots (3)$$

両辺を 径^2 で割って 円積率 とする。

$$1 - \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{8 \times 5} - \frac{3}{48 \times 7} - \frac{15}{384 \times 9} = \frac{\text{円積}}{\text{径}^2} = \text{円積率} \quad \dots (4)$$

ここで (4) に截数と円径を掛けると、左辺は (2) の左辺と全く同じになるので

$$\text{径} \times \text{截数} \times \text{円積率} = \text{某甲量数} \quad \dots (5)$$

奇乗甲表

某甲を置き、天を掛けて仮に円径で割る。

「某甲を置き」とは、(1) の某甲を示す式を置くこと (?)

$$\text{径} - \frac{\text{径} \times \text{天}^2}{2} - \frac{\text{径} \times \text{天}^4}{8} - \frac{3 \times \text{径} \times \text{天}^6}{48} - \frac{15 \times \text{径} \times \text{天}^8}{384} = \text{某甲} \quad \dots (1)$$

両辺の各項に 天 を掛けて 径 で割ると

$$\text{天} - \frac{\text{天}^3}{2} - \frac{\text{天}^5}{8} - \frac{3 \times \text{天}^7}{48} - \frac{15 \times \text{天}^9}{384} = \frac{\text{天} \times \text{某甲}}{\text{径}} \quad \dots (6)$$

天² を繰り返して 天累乗幂因某甲を求めると、次のようになる。

$$\text{天}^3 - \frac{\text{天}^5}{2} - \frac{\text{天}^7}{8} - \frac{3 \times \text{天}^9}{48} - \frac{15 \times \text{天}^{11}}{384} = \frac{\text{天}^3 \times \text{某甲}}{\text{径}} \quad \dots (7)$$

$$\text{天}^5 - \frac{\text{天}^7}{2} - \frac{\text{天}^9}{8} - \frac{3 \times \text{天}^{11}}{48} - \frac{15 \times \text{天}^{13}}{384} = \frac{\text{天}^5 \times \text{某甲}}{\text{径}} \quad \dots (8)$$

$$\text{天}^7 - \frac{\text{天}^9}{2} - \frac{\text{天}^{11}}{8} - \frac{3 \times \text{天}^{13}}{48} - \frac{15 \times \text{天}^{15}}{384} = \frac{\text{天}^7 \times \text{某甲}}{\text{径}} \quad \dots (9)$$

$$\text{天}^9 - \frac{\text{天}^{11}}{2} - \frac{\text{天}^{13}}{8} - \frac{3 \times \text{天}^{15}}{48} - \frac{15 \times \text{天}^{17}}{384} = \frac{\text{天}^9 \times \text{某甲}}{\text{径}} \quad \dots (10)$$

それぞれの天累乗幂の畳数を解いて、天累乗幂因某甲の畳数を求める。仮に截数で割る。

まず (6) で考える。

$$\text{天} - \frac{\text{天}^3}{2} - \frac{\text{天}^5}{8} - \frac{3 \times \text{天}^7}{48} - \frac{15 \times \text{天}^9}{384} = \frac{\text{天} \times \text{某甲}}{\text{径}} \quad \dots (6)$$

$\frac{\text{截数}}{2} = \text{天畳数}$, $\frac{\text{截数}}{4} = \text{天再畳数}$, $\frac{\text{截数}}{6} = \text{天四畳数}$,
 $\frac{\text{截数}}{8} = \text{天六畳数}$, $\frac{\text{截数}}{10} = \text{天八畳数}$ なので

$$\frac{\text{截数}}{2} - \frac{\text{截数}}{2 \times 4} - \frac{\text{截数}}{8 \times 6} - \frac{3 \times \text{截数}}{48 \times 8} - \frac{15 \times \text{截数}}{384 \times 10} = \frac{\text{天} \times \text{某甲畳数}}{\text{径}} \quad \dots (11)$$

(11) を 截数 で割ると。

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 4} - \frac{1}{8 \times 6} - \frac{3}{48 \times 8} - \frac{15}{384 \times 10} = \frac{\text{天} \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \cdot \cdot (12)$$

(7) ~ (10) についても同様にする。

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 4} - \frac{1}{8 \times 6} - \frac{3}{48 \times 8} - \frac{15}{384 \times 10} = \frac{\text{天} \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \cdot \cdot (12)$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2 \times 6} - \frac{1}{8 \times 8} - \frac{3}{48 \times 10} - \frac{15}{384 \times 12} = \frac{\text{天}^3 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \cdot \cdot (13)$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{2 \times 8} - \frac{1}{8 \times 10} - \frac{3}{48 \times 12} - \frac{15}{384 \times 14} = \frac{\text{天}^5 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \cdot \cdot (14)$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{2 \times 10} - \frac{1}{8 \times 12} - \frac{3}{48 \times 14} - \frac{15}{384 \times 16} = \frac{\text{天}^7 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \cdot \cdot (15)$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{2 \times 12} - \frac{1}{8 \times 14} - \frac{3}{48 \times 16} - \frac{15}{384 \times 18} = \frac{\text{天}^9 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \cdot \cdot (16)$$

$1 - 1 = 0$ (これを空積と呼ぶ)

平方綴術にこれを解いて得られた答えを 前空数 と名前をつける。

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} - \frac{3}{48} - \frac{15}{384} = \text{前空数}$$

前空数 に 空積 を掛けて

$$\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} - \frac{3}{48} - \frac{15}{384}\right) \times (1 - 1) = 0$$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} - \frac{3}{48} - \frac{15}{384} - 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{3}{48} + \frac{15}{384} = 0$$

$$1 - \left(\frac{1}{2} + 1\right) - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{48} - \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{15}{384} - \frac{3}{48}\right) \doteq 0$$

通分内子 (?) して 後空数 とする。

$$1 - \left(\frac{1}{2} + 1\right) - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{48} - \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{15}{384} - \frac{3}{48}\right) \doteq 0$$

$$1 - \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{48} + \frac{9}{384} = \text{後空数}$$

1 - 後空数

これを解く

$$1 = 1 - \text{後空数}$$

$$1 = 1 - 1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{48} - \frac{9}{384} = \frac{3}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{48} - \frac{9}{384}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{3}{2 \times 4} - \frac{3}{8 \times 6} - \frac{3 \times 3}{48 \times 8} \quad (17)$$

(17) は、(12) の左辺の3倍に同じ、したがって

$$\frac{1}{3} = \frac{\text{天} \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (18)$$

次に、 $\frac{2 \times \text{天} \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数}$ を解き、通分内子して

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times \text{天} \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= 2 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 4} - \frac{1}{8 \times 6} - \frac{3}{48 \times 8} - \frac{15}{384 \times 10} \right) - 1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{48} - \frac{9}{384} \\ &= \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{24} - \frac{3}{48 \times 4} - \frac{15}{384 \times 5} \right) - 1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{48} - \frac{9}{384} \\ &= \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{1}{24} + \frac{3}{8} \right) - \left(\frac{3}{48 \times 4} + \frac{3}{48} \right) - \left(\frac{15}{384 \times 5} + \frac{9}{384} \right) \\ &= \frac{5}{4} - \frac{10}{24} - \frac{15}{48 \times 4} - \frac{60}{384 \times 5} = \frac{5}{4} - \frac{5}{12} - \frac{5}{64} - \frac{5 \times 3}{48 \times 2 \times 5} \end{aligned}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{5}{2 \times 6} - \frac{5}{8 \times 8} - \frac{3 \times 5}{48 \times 10} \quad (19)$$

(19) は、(13) の左辺の5倍に同じ、したがって

$$\frac{2}{3} = \frac{\text{天}^3 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \times 5$$

$$\frac{2}{3 \times 5} = \frac{\text{天再} \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^3 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (20)$$

以下同様にして

$\frac{4 \times \text{天再} \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数}$ を解き、通分内子して

$$\frac{7}{6} - \frac{7}{2 \times 8} - \frac{7}{8 \times 10} - \frac{3 \times 7}{48 \times 12} \quad (21)$$

(21) は、(14) の左辺の 7 倍に同じ、したがって

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 5 \times 7} = \frac{\text{天四} \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^5 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (22)$$

$\frac{6 \times \text{天四} \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数}$ を解き、通分内子して

$$\frac{9}{8} - \frac{9}{2 \times 10} - \frac{9}{8 \times 12} - \frac{3 \times 9}{48 \times 14} \quad (23)$$

(23) は、(15) の左辺の 9 倍に同じ、したがって

$$\frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7 \times 9} = \frac{\text{天六} \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^7 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (24)$$

$\frac{8 \times \text{天六} \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数}$ を解き、通分内子して

$$\frac{11}{10} - \frac{11}{2 \times 12} - \frac{11}{8 \times 14} - \frac{3 \times 11}{48 \times 16} \quad (25)$$

(25) は、(16) の左辺の 11 倍に同じ、したがって

$$\frac{2 \times 4 \times 6 \times 8}{3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} = \frac{\text{天八} \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^9 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (26)$$

$$1 - \text{天}^2 = \frac{\text{某甲}^2}{\text{径}^2}$$

図 1 にもどって、鉤股弦の術（三平方の定理、ピタゴラスの定理）から

$$\text{径}^2 - \text{某平}^2 = \text{某甲}^2$$

ここで、 $\text{径} \times \text{天} = \text{某平}$ なので 某平を消すと

$$\text{径}^2 - \text{径}^2 \times \text{天}^2 = \text{某甲}^2$$

両辺を 径^2 で割って

某甲と天を掛けて、

$$\text{某甲} \times \text{天} - \text{某甲} \times \text{天}^3 = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}}{\text{径}^2} \quad \dots (27)$$

天² を累乗し各某甲量数を求める。仮に截数で割る。

$$\frac{\text{某甲} \times \text{天}}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^3}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}}{\text{径}^3} \quad \dots (28)$$

これを畳んで

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3 \times 5} \quad \dots (29)$$

通分内子して

$$\frac{1}{5} = \frac{\text{天} \times \text{某甲再畳数}}{\text{径再} \times \text{截数}} = \frac{\text{天} \times \text{某甲}^3 \text{畳数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \quad \dots (30)$$

$$\frac{\text{某甲} \times \text{天}^3}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^5}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^3}{\text{径}^3} \quad \dots (31)$$

これを畳んで

$$\frac{2}{3 \times 5} - \frac{2 \times 4}{3 \times 5 \times 7} \quad \dots (32)$$

通分内子して

$$\frac{2}{5 \times 7} = \frac{\text{天再} \times \text{某甲再畳数}}{\text{径再} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^3 \times \text{某甲}^3 \text{畳数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \quad \dots (33)$$

$$\frac{\text{某甲} \times \text{天}^5}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^7}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^5}{\text{径}^3} \quad \dots (34)$$

これを畳んで

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 5 \times 7} - \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7 \times 9} \quad \dots (35)$$

通分内子して

$$\frac{2 \times 4}{5 \times 7 \times 9} = \frac{\text{天四} \times \text{某甲再畳数}}{\text{径再} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^5 \times \text{某甲}^3 \text{畳数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \quad \dots (36)$$

$$\frac{\text{某甲} \times \text{天}^7}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^9}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^7}{\text{径}^3} \quad \dots (37)$$

これを畳んで

$$\frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7 \times 9} - \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8}{3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} \quad \dots (38)$$

通分内子して

$$\frac{2 \times 4 \times 6}{5 \times 7 \times 9 \times 11} = \frac{\text{天六} \times \text{某甲再畳数}}{\text{径再} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^7 \times \text{某甲}^3 \text{畳数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \quad \dots (39)$$

もういちど、(27) から

$$\text{某甲} \times \text{天} - \text{某甲} \times \text{天}^3 = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}}{\text{径}^2} \quad \dots (27)$$

某甲² を掛けて

$$\text{某甲}^3 \times \text{天} - \text{某甲}^3 \times \text{天}^3 = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}}{\text{径}^2} \quad \dots (40)$$

天² を累乗し各某甲畳数を求める。仮に截数で割る。

$$\frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^3}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}}{\text{径}^5} \quad \dots (41)$$

これを畳んで

$$\frac{1}{5} - \frac{2}{5 \times 7} \quad \dots (42)$$

通分内子して

$$\frac{1}{7} = \frac{\text{天} \times \text{某甲四畳数}}{\text{径四} \times \text{截数}} = \frac{\text{天} \times \text{某甲}^5 \text{畳数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (43)$$

$$\frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^3}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^5}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^3}{\text{径}^5} \quad \dots (44)$$

これを畳んで

$$\frac{2}{5 \times 7} - \frac{2 \times 4}{5 \times 7 \times 9} \quad \dots (45)$$

通分内子して

$$\frac{2}{7 \times 9} = \frac{\text{天再} \times \text{某甲四疊数}}{\text{径四} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^3 \times \text{某甲}^5 \text{疊数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (46)$$

$$\frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^5}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^7}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^5}{\text{径}^5} \quad \dots (47)$$

これを疊んで

$$\frac{2 \times 4}{5 \times 7 \times 9} - \frac{2 \times 4 \times 6}{5 \times 7 \times 9 \times 11} \quad \dots (48)$$

通分内子して

$$\frac{2 \times 4}{7 \times 9 \times 11} = \frac{\text{天四} \times \text{某甲四疊数}}{\text{径四} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^5 \times \text{某甲}^5 \text{疊数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (49)$$

$$\frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^7}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^9}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^7}{\text{径}^5} \quad \dots (50)$$

これを疊んで

$$\frac{2 \times 4 \times 6}{5 \times 7 \times 9 \times 11} - \frac{2 \times 4 \times 6 \times 8}{5 \times 7 \times 9 \times 11 \times 13} \quad \dots (51)$$

通分内子して

$$\frac{2 \times 4 \times 6}{7 \times 9 \times 11 \times 13} = \frac{\text{天六} \times \text{某甲四疊数}}{\text{径四} \times \text{截数}} = \frac{\text{天}^7 \times \text{某甲}^5 \text{疊数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (52)$$

歩を推し、表を立てる。名前を 奇乗甲表 という。

(18), (20), (22), (24), (26),
(30), (33), (36), (39),
(43), (46), (49), (52)

の各式と、さらに推し進めた結果を 天 の累乗と 某甲 の累乗で表にまとめて『算法求積通考 卷之二 立表二』に載せている。

偶乗甲表

某甲を置き、 天^2 を累乗して、円径で割る。

「某甲を置き」とは、(1) の某甲を示す式を置くこと (?)

$$\text{径} - \frac{\text{径} \times \text{天}^2}{2} - \frac{\text{径} \times \text{天}^4}{8} - \frac{3 \times \text{径} \times \text{天}^6}{48} - \frac{15 \times \text{径} \times \text{天}^8}{384} = \text{某甲} \quad \dots (1)$$

$$1 - \frac{\text{天}^2}{2} - \frac{\text{天}^4}{8} - \frac{3 \times \text{天}^6}{48} - \frac{15 \times \text{天}^8}{384} = \frac{\text{某甲}}{\text{径}} \quad \dots (53)$$

$$\text{天}^2 - \frac{\text{天}^4}{2} - \frac{\text{天}^6}{8} - \frac{3 \times \text{天}^8}{48} - \frac{15 \times \text{天}^{10}}{384} = \frac{\text{某甲} \times \text{天}^2}{\text{径}} \quad \dots (54)$$

$$\text{天}^4 - \frac{\text{天}^6}{2} - \frac{\text{天}^8}{8} - \frac{3 \times \text{天}^{10}}{48} - \frac{15 \times \text{天}^{12}}{384} = \frac{\text{某甲} \times \text{天}^4}{\text{径}} \quad \dots (55)$$

$$\text{天}^6 - \frac{\text{天}^8}{2} - \frac{\text{天}^{10}}{8} - \frac{3 \times \text{天}^{12}}{48} - \frac{15 \times \text{天}^{14}}{384} = \frac{\text{某甲} \times \text{天}^6}{\text{径}} \quad \dots (56)$$

各天の累乗の量数を解いて、天累乗幂因某甲の量数を求め、仮に截数で割る。

(53) に、各天の累乗の量数を適用して、某甲量数を求める。

$$\text{截数} - \frac{\text{截数}}{2 \times 3} - \frac{\text{截数}}{8 \times 5} - \frac{3 \times \text{截数}}{48 \times 7} - \frac{15 \times \text{截数}}{384 \times 9} = \frac{\text{某甲量数}}{\text{径}}$$

仮に截数で割る。

$$1 - \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{8 \times 5} - \frac{3}{48 \times 7} - \frac{15}{384 \times 9} = \frac{\text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (57)$$

(54) ~ (56) についても同様にして

$$1 - \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{8 \times 5} - \frac{3}{48 \times 7} - \frac{15}{384 \times 9} = \frac{\text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (57)$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2 \times 5} - \frac{1}{8 \times 7} - \frac{3}{48 \times 9} - \frac{15}{384 \times 11} = \frac{\text{天}^2 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (58)$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{2 \times 7} - \frac{1}{8 \times 9} - \frac{3}{48 \times 11} - \frac{15}{384 \times 13} = \frac{\text{天}^4 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (59)$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{2 \times 9} - \frac{1}{8 \times 11} - \frac{3}{48 \times 13} - \frac{15}{384 \times 15} = \frac{\text{天}^6 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (60)$$

$\frac{\text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数}$ これを解いて

$$\begin{aligned} \frac{\text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} &= \frac{\text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数} \\ &= 1 - \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{8 \times 5} - \frac{3}{48 \times 7} - \frac{15}{384 \times 9} - 1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{48} - \frac{9}{384} \end{aligned}$$

$$1 - \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{8 \times 5} - \frac{3}{48 \times 7} - \frac{15}{384 \times 9} - 1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{48} - \frac{9}{384} \quad \dots (61)$$

通分内子して

$$\begin{aligned} &= (1 - 1) + \frac{3 \times 3 - 1}{2 \times 3} - \frac{3 \times 5 + 1}{8 \times 5} - \frac{3 \times 7 + 3}{48 \times 7} - \frac{9 \times 9 + 15}{384 \times 9} \\ &= \frac{8}{2 \times 3} - \frac{16}{8 \times 5} - \frac{24}{48 \times 7} - \frac{96}{384 \times 9} \\ &= \frac{4}{3} - \frac{4}{2 \times 5} - \frac{4}{8 \times 7} - \frac{4 \times 3}{48 \times 9} \end{aligned}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{4}{2 \times 5} - \frac{4}{8 \times 7} - \frac{4 \times 3}{48 \times 9} \quad \dots (62)$$

(62) は、(58) の左辺の4倍に同じ、したがって

ここで、
 $\text{径} \times \text{截数} \times \text{円積率} = \text{某甲壘数} \quad \dots (5) \quad \text{なので}$

$$\text{円積率} = \frac{\text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}}$$

$$\frac{\text{円積率}}{4} = \frac{\text{天}^2 \times \text{某甲壘数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (63)$$

$$\frac{3 \times \text{天}^2 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数} \quad \text{これを解いて}$$

$$\begin{aligned} \frac{3 \times \text{天}^2 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} &= \frac{3 \times \text{天}^2 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数} \\ &= \frac{3}{3} - \frac{3}{2 \times 5} - \frac{3}{8 \times 7} - \frac{3 \times 3}{48 \times 9} - \frac{3 \times 15}{384 \times 11} - 1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{48} - \frac{9}{384} \\ &= \left(\frac{3}{3} - 1 \right) + \frac{3 \times 5 - 3}{2 \times 5} - \frac{3 \times 7 + 3}{8 \times 7} - \frac{3 \times 9 + 3 \times 3}{48 \times 9} - \frac{9 \times 11 + 3 \times 15}{384 \times 11} \\ &= \frac{12}{2 \times 5} - \frac{24}{8 \times 7} - \frac{36}{48 \times 9} - \frac{144}{384 \times 11} \\ &= \frac{6}{5} - \frac{6}{2 \times 7} - \frac{6}{8 \times 9} - \frac{6 \times 3}{48 \times 11} \end{aligned}$$

$$\frac{6}{5} - \frac{6}{2 \times 7} - \frac{6}{8 \times 9} - \frac{6 \times 3}{48 \times 11} \quad \dots (64)$$

(64) は、(59) の左辺の6倍に同じ、したがって

$$\frac{3 \times \text{円積率}}{4 \times 6} = \frac{\text{天}^4 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \quad \dots (65)$$

$$\frac{5 \times \text{天}^4 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数} \quad \text{これを解いて}$$

$$\begin{aligned} \frac{5 \times \text{天}^4 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} &= \frac{5 \times \text{天}^4 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} - \text{後空数} \\ &= \frac{5}{5} - \frac{5}{2 \times 7} - \frac{5}{8 \times 9} - \frac{5 \times 3}{48 \times 11} - \frac{5 \times 15}{384 \times 13} - 1 + \frac{3}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3}{48} - \frac{9}{384} \\ &= \left(\frac{5}{5} - 1 \right) + \frac{3 \times 7 - 5}{2 \times 7} - \frac{3 \times 9 + 5}{8 \times 9} - \frac{3 \times 11 + 5 \times 3}{48 \times 11} - \frac{9 \times 13 + 5 \times 15}{384 \times 13} \\ &= \frac{16}{2 \times 7} - \frac{32}{8 \times 9} - \frac{48}{48 \times 11} - \frac{192}{384 \times 13} \\ &= \frac{8}{7} - \frac{8}{2 \times 9} - \frac{8}{8 \times 11} - \frac{8 \times 3}{48 \times 13} \end{aligned}$$

$$\frac{8}{7} - \frac{8}{2 \times 9} - \frac{8}{8 \times 11} - \frac{8 \times 3}{48 \times 13} \cdots (66)$$

(66) は、(60) の左辺の 8 倍に同じ、したがって

$$\frac{3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} = \frac{\text{天}^6 \times \text{某甲量数}}{\text{径} \times \text{截数}} \cdots (67)$$

$$1 - \text{天}^2 = \frac{\text{某甲}^2}{\text{径}^2}$$

図 1 にもどって、鉤股弦の術（三平方の定理、ピタゴラスの定理）から

$$\text{径}^2 - \text{某平}^2 = \text{某甲}^2$$

ここで、 $\text{径} \times \text{天} = \text{某平}$ なので 某平を消すと

$$\text{径}^2 - \text{径}^2 \times \text{天}^2 = \text{某甲}^2$$

両辺を 径^2 で割って

某甲を掛けて、

$$\text{某甲} - \text{某甲} \times \text{天}^2 = \frac{\text{某甲}^3}{\text{径}^2} \cdots (68)$$

天^2 を累乗し各某甲量数を求める。仮に截数で割る。

$$\frac{\text{某甲}}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^2}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3}{\text{径}^3} \cdots (69)$$

これを畳んで

$$\text{円積率} - \frac{\text{円積率}}{4} \cdots (70)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times \text{円積率}}{4} = \frac{\text{某甲}^3 \text{量数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \cdots (71)$$

$$\frac{\text{某甲} \times \text{天}^2}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^4}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^2}{\text{径}^3} \quad \dots (72)$$

これを疊んで

$$\frac{\text{円積率}}{4} - \frac{3 \times \text{円積率}}{4 \times 6} \quad \dots (73)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times \text{円積率}}{4 \times 6} = \frac{\text{天}^2 \times \text{某甲}^3 \text{疊数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \quad \dots (74)$$

$$\frac{\text{某甲} \times \text{天}^4}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^6}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^4}{\text{径}^3} \quad \dots (75)$$

これを疊んで

$$\frac{3 \times \text{円積率}}{4 \times 6} - \frac{3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} \quad \dots (76)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} = \frac{\text{天}^4 \times \text{某甲}^3 \text{疊数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \quad \dots (77)$$

$$\frac{\text{某甲} \times \text{天}^6}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^8}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^6}{\text{径}^3} \quad \dots (78)$$

これを疊んで

$$\frac{3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} - \frac{3 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} \quad \dots (79)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} = \frac{\text{天}^6 \times \text{某甲}^3 \text{疊数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \quad \dots (80)$$

$$\frac{\text{某甲} \times \text{天}^8}{\text{径}} - \frac{\text{某甲} \times \text{天}^{10}}{\text{径}} = \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^8}{\text{径}^3} \quad \dots (81)$$

これを疊んで

$$\frac{3 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} - \frac{3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12} \quad \dots (82)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12} = \frac{\text{天}^8 \times \text{某甲}^3 \text{ 疊数}}{\text{径}^3 \times \text{截数}} \quad \dots (83)$$

もういちど、(68) から

$$\text{某甲} - \text{某甲} \times \text{天}^2 = \frac{\text{某甲}^3}{\text{径}^2} \quad \dots (68)$$

某甲² を掛けて

$$\text{某甲}^3 - \text{某甲}^3 \times \text{天}^2 = \frac{\text{某甲}^5}{\text{径}^2} \quad \dots (84)$$

天² を累乗し各某甲疊数を求める。仮に截数で割る。

$$\frac{\text{某甲}^3}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^2}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5}{\text{径}^5} \quad \dots (85)$$

$$\frac{\text{某甲}^3}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^2}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5}{\text{径}^5} \quad \dots (85)$$

これを疊んで

$$\frac{3 \times \text{円積率}}{4} - \frac{3 \times \text{円積率}}{4 \times 6} \quad \dots (86)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times \text{円積率}}{4 \times 6} = \frac{\text{某甲}^5 \text{ 疊数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (87)$$

$$\frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^2}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^4}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^2}{\text{径}^5} \quad \dots (88)$$

これを疊んで

$$\frac{3 \times \text{円積率}}{4 \times 6} - \frac{3 \times 3 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} \quad \dots (89)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} = \frac{\text{天}^2 \times \text{某甲}^5 \text{ 量数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (90)$$

$$\frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^4}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^6}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^4}{\text{径}^5} \quad \dots (91)$$

これを畳んで

$$\frac{3 \times 3 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} - \frac{3 \times 3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} \quad \dots (92)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} = \frac{\text{天}^4 \times \text{某甲}^5 \text{ 量数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (93)$$

$$\frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^6}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^8}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^6}{\text{径}^5} \quad \dots (94)$$

これを畳んで

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} - \frac{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12} \quad \dots (96)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12} = \frac{\text{天}^6 \times \text{某甲}^5 \text{ 量数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (97)$$

$$\frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^8}{\text{径}^3} - \frac{\text{某甲}^3 \times \text{天}^{10}}{\text{径}^3} = \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^8}{\text{径}^5} \quad \dots (98)$$

これを畳んで

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12} - \frac{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14} \quad \dots (99)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14} = \frac{\text{天}^8 \times \text{某甲}^5 \text{ 量数}}{\text{径}^5 \times \text{截数}} \quad \dots (100)$$

$$\frac{\text{某甲}^5}{\text{径}^5} - \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^2}{\text{径}^5} = \frac{\text{某甲}^7}{\text{径}^7} \quad \dots (101)$$

これを畳んで

$$\frac{3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6} - \frac{3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} \quad \dots (102)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} = \frac{\text{某甲}^7 \text{ 畳数}}{\text{径}^7 \times \text{截数}} \quad \dots (103)$$

$$\frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^2}{\text{径}^5} - \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^4}{\text{径}^5} = \frac{\text{某甲}^7 \times \text{天}^2}{\text{径}^7} \quad \dots (104)$$

これを畳んで

$$\frac{3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8} - \frac{3 \times 3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} \quad \dots (105)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} = \frac{\text{天}^2 \times \text{某甲}^7 \text{ 畳数}}{\text{径}^7 \times \text{截数}} \quad \dots (106)$$

$$\frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^4}{\text{径}^5} - \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^6}{\text{径}^5} = \frac{\text{某甲}^7 \times \text{天}^4}{\text{径}^7} \quad \dots (107)$$

これを畳んで

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10} - \frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12} \quad \dots (108)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12} = \frac{\text{天}^4 \times \text{某甲}^7 \text{ 畳数}}{\text{径}^7 \times \text{截数}} \quad \dots (109)$$

$$\frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^6}{\text{径}^5} - \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^8}{\text{径}^5} = \frac{\text{某甲}^7 \times \text{天}^6}{\text{径}^7} \quad \dots (110)$$

これを畳んで

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12} - \frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14} \quad \dots (111)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14} = \frac{\text{天}^6 \times \text{某甲}^7 \text{ 畳数}}{\text{径}^7 \times \text{截数}} \quad \dots (112)$$

$$\frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^8}{\text{径}^5} - \frac{\text{某甲}^5 \times \text{天}^{10}}{\text{径}^5} = \frac{\text{某甲}^7 \times \text{天}^8}{\text{径}^7} \quad \dots (113)$$

これを畳んで

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14} - \frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 9 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16} \quad \dots (114)$$

通分内子して

$$\frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times \text{円積率}}{4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16} = \frac{\text{天}^8 \times \text{某甲}^7 \text{ 畳数}}{\text{径}^7 \times \text{截数}} \quad \dots (115)$$

表を立てる。名前を 偶乗甲表 という。

(63), (65), (67),
(71), (74), (77), (80), (83),
(87), (90), (93), (97), (100),
(103), (106), (109), (112), (115)

の各式と、さらに推し進めた結果を 天 の累乗と 某甲 の累乗で表にまとめて
『算法求積通考 卷之二 立表二』に載せている。