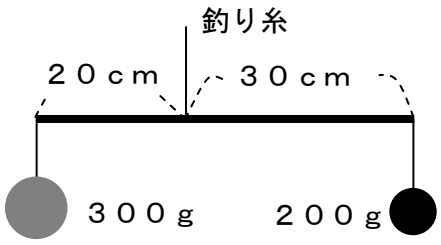
１．つり合う　ということ

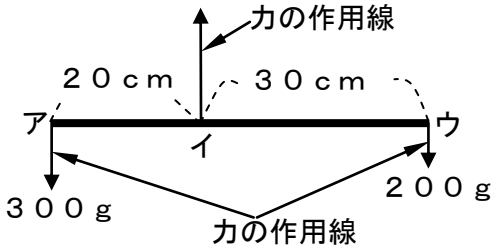
はじめに、つり合うということについて考えます。
たとえば、図１の状態で動かないとき、
つり合っていると言えます。



横棒，釣り糸の重さは０とする

図１

力のつり合いを見えるように書くと図２のように
なります。
（力の作用線ということばを知らなかったので、
　書き込みを入れています。）
イにかかる上向きのちからは、３００ｇ＋２００ｇで
下向きのちからとつり合っています。



横棒，釣り糸の重さは０とする

図２

アにかかる下向きのちからは、イにかかる上向きの
ちからのうちの３００ｇとつり合うのですが、２つの
ちからの作用線が異なるため、ちからの作用線が同じ
になる方向、ここでは左回りしようとします。

同じように、ウにかかる下向きのちからは、イにかかる
上向きのちからのうちの２００ｇとちからの作用線が異なるので、右回りしようとします。

つり合っているということは、この左回りしようとするものと右回りしようとするものが
同じ大きさであるということです。

この回転させようとするものが、ちからのモーメントだったと思います。
（モーメントには、ほかに慣性モーメントがありますが、ここでは以降はちからのモーメント
　のことを単にモーメントということにします。）

イのまわりのモーメントは、アの３００ｇによる左回りのモーメントが、２０×３００です。
ウの２００ｇによる右回りのモーメントは、３０×２００です。
右回りのモーメントと左回りのモーメントの大きさが等しいことがわかります。
（単位系については、よくわかりません。注意してください。）

称平術は、この右回りと左回りのモーメントがつり合う位置を探す問題が多いようです。

２．つり合い問題１

図３のような目盛のついた棒に同じ重さのおもりをつるしたとき、この棒のどこを支える（つりあげる）とつり合いますか。
（棒や釣り糸の重さは０とします。）

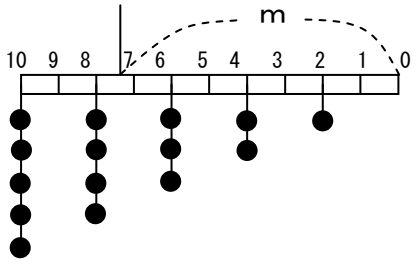


図３

目盛mのところでつり合うとすると、
mのところに全体の重さがかかり、
目盛０の点を支点として、右回りと左回りがつり合って

$$m \times (1+2+3+4+5) = 2\times1+4\times2+6\times3+8\times4+10\times5 \quad \cdots(1)$$

という関係が成り立ちます。

この式から、つり合う点の目盛mは

$$m = \frac{2\times1+4\times2+6\times3+8\times4+10\times5}{1+2+3+4+5} = \frac{110}{15} = \frac{22}{3} \fallingdotseq 7.33$$

となります。このつり合う点を重心といいます。

目盛０の点を支点としたが、つり合っている場合は支点はどこでもよさそうです。
mの点を支点とすると次のようになります。
左回りのモーメントは、
$(10-m)\times5+(8-m)\times4$
右回りのモーメントは、
$(m-2)\times1+(m-4)\times2+(m-6)\times3$
両者が等しいので
$(m-2)\times1+(m-4)\times2+(m-6)\times3=(10-m)\times5+(8-m)\times4$
$m\times1-2\times1+m\times2-4\times2+m\times3-6\times3$
$\qquad\qquad=10\times5-m\times5+8\times4-m\times4$
mの積の項を左辺に集め、それ以外の項を右辺に集めると、（１）の関係が得られます。

一般に、つり合う点の目盛mは、次のように表せます。

$$m = \frac{(\text{目盛}\times\text{重さ})\text{の和}}{\text{全体の重さの和}} \quad \cdots(2)$$

３．直角三角形をつるす問題

均質な板でできた、図４のような直角三角形を
辺ＡＢが水平になるように糸でつるすには
辺ＡＢのどの点でつるせば良いでしょうか。
（図４は、称平術の図と似せようとして、
左右を反転して書いています。）

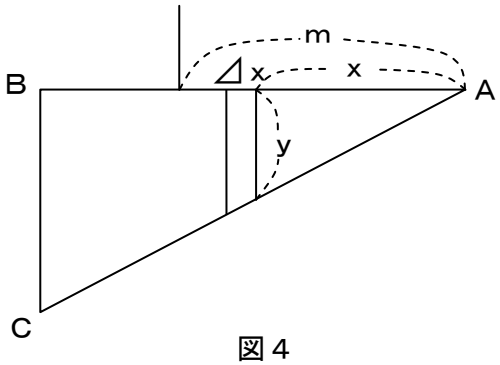


図４

全体の重さの和は

$$\text{全体の重さの和} = \frac{1}{2} \times (\text{ＡＢの長さ}) \times (\text{ＢＣの長さ}) \times (\text{板の密度}) \qquad \cdots（３）$$

辺ＡＢにＡを基点にして目盛をとって、目盛ｘのところに幅⊿ｘ，長さｙの細長い長方形の板がつるされていると考えて、（目盛×重さ）の和をＭとすると、Ｍは次のように計算できます。

$$M = \int_0^{\text{ＡＢの長さ}} x\,y\,dx \times (\text{板の密度}) = (\text{板の密度}) \times \int_0^{\text{ＡＢの長さ}} x\,y\,dx \qquad \cdots（４）$$

前問の（２）に（３），（４）を入れると、つり合う点のｍが求められる。

$$m = \frac{(\text{目盛} \times \text{重さ})\text{の和}}{\text{全体の重さの和}} \qquad \cdots（２）$$