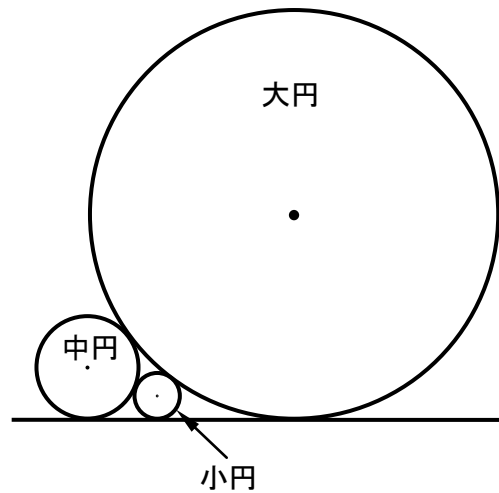


# 群馬の算額 4 1 - 2 幸宮神社

文政 7 年

今有如図直線載大中二個  
 其交罅容小円  
 大円径三十六寸中円径九寸  
 小円径問幾何



## 〔問題の意味〕

図のように、直線上に大中 2 円が載っていて、そのすきまに小円を容れる。

大円の直径が 36 寸、中円の直径が 9 寸のとき、小円の直径はいくらか。

## 〔解法例〕

図 2 のように作図する。

大円の中心を ア, 中円の中心を イ,  
 小円の中心を ウとする。

アから直線へ下した垂線の足を エ,  
 イから直線へ下した垂線の足を オ,  
 ウから直線へ下した垂線の足を カとする。  
 イから線分アエへ下した垂線の足を キ,  
 ウから線分アエへ下した垂線の足を ク,  
 ウから線分イオへ下した垂線の足を ケとする。  
 大円の直径を 大, 中円の直径を 中,  
 小円の直径を 小とする。

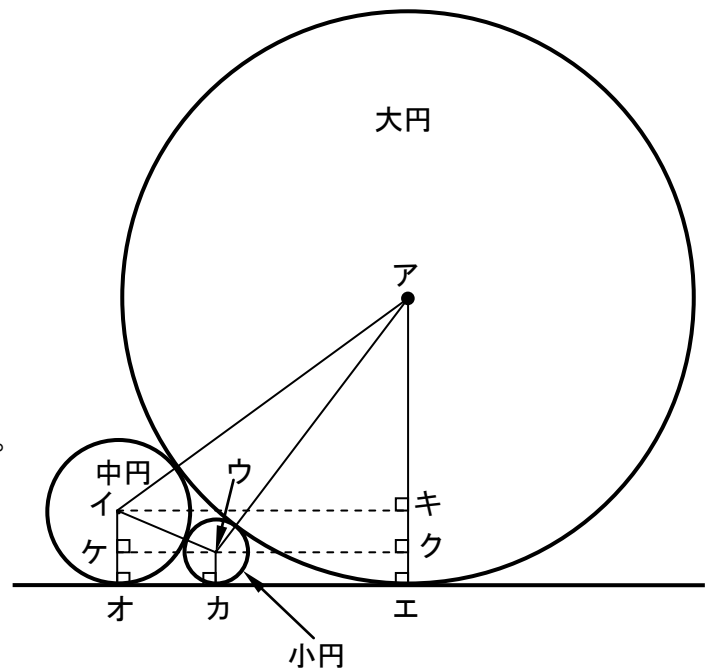


図 2

直角三角形アイキ で 三平方の定理から

$$(イキ)^2 = (アイ)^2 - (アキ)^2$$

ここで、 $(アイ) = \frac{大}{2} + \frac{中}{2}$ ,  $(アキ) = \frac{大}{2} - \frac{中}{2}$  なので

$$(\text{イキ})^2 = \left(\frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{中}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\text{大}}{2} - \frac{\text{中}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{中}}{2} + \frac{\text{大}}{2} - \frac{\text{中}}{2}\right) \times \left(\frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{中}}{2} - \frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{中}}{2}\right) = \text{大} \times \text{中}$$

線分イキの長さは、正数なので

$$(\text{イキ}) = \sqrt{\text{大} \times \text{中}} \quad \dots (1)$$

同様に、直角三角形イウケ で 三平方の定理から

$$(\text{ウケ}) = \sqrt{\text{中} \times \text{小}} \quad \dots (2)$$

同様に、直角三角形アウク で 三平方の定理から

$$(\text{ウク}) = \sqrt{\text{大} \times \text{小}} \quad \dots (3)$$

四角形イキエオ, 四角形ケウカオ, 四角形ウクエカは、長方形なので、

$$(\text{イキ}) = (\text{オエ}), (\text{ウケ}) = (\text{オカ}), (\text{ウク}) = (\text{カエ})$$

図2から

$$(\text{オエ}) = (\text{オカ}) + (\text{カエ})$$

(1)、(2)、(3) を入れて

$$\sqrt{\text{大} \times \text{中}} = \sqrt{\text{中} \times \text{小}} + \sqrt{\text{大} \times \text{小}}$$

両辺を2乗して

$$\text{大} \times \text{中} = \text{中} \times \text{小} + 2 \times \sqrt{\text{中} \times \text{小}} \times \sqrt{\text{大} \times \text{小}} + \text{大} \times \text{小} = \text{中} \times \text{小} + 2 \times \sqrt{\text{中}} \times \sqrt{\text{大}} \times \sqrt{\text{中}} \times \sqrt{\text{大}} + \text{大} \times \text{小}$$

$$\left(\text{中} + 2 \times \sqrt{\text{中}} \times \sqrt{\text{大}} + \text{大}\right) \times \text{小} = \text{大} \times \text{中}$$

$$\text{小} = \frac{\text{大} \times \text{中}}{\text{中} + 2 \times \sqrt{\text{中}} \times \sqrt{\text{大}} + \text{大}} = \frac{\text{大} \times \text{中}}{\left(\sqrt{\text{大}} + \sqrt{\text{中}}\right)^2} \quad \dots (4)$$

(4) に、大=36、中=9 を入れて

$$\text{小} = \frac{36 \times 9}{\left(\sqrt{36} + \sqrt{9}\right)^2} = \frac{36 \times 9}{(6 + 3)^2} = \frac{36 \times 9}{9^2} = \frac{36}{9} = 4$$

答え 小円の直径は 4 寸