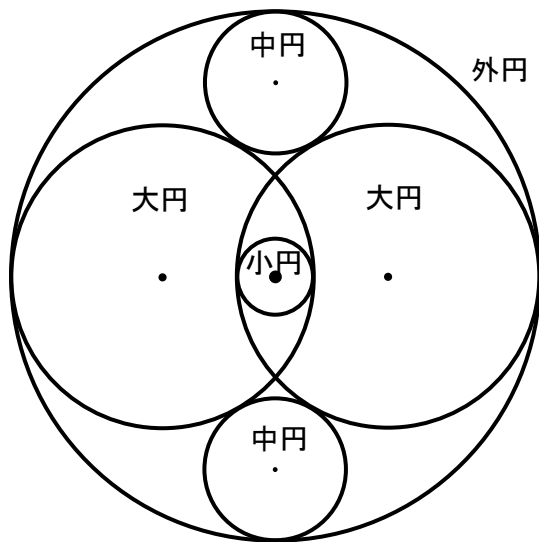


群馬の算額 37-1改 神明宮

天保10年



今有如図円内容
 大円二個中円二個小円一個
 只云外円径若干
 又云中円径若干
 問小円径

〔問題〕 (問題の内容を変えています。)

図のように、外円に内接する大円2個、中円2個、と大円2個の交わるすきまに大円に内接する小円1個がある。

外円の直径が12寸、中円の直径が3寸のとき、小円の直径は何寸か。

(計算式を求める問題でしたが、数値を求める問題に変えました。)

〔解法例〕

図2のように作図する。

外円および小円の中心を ア, 右の大円の中心を イ, 下の中円の中心を ウとする。

外円の直径を 外, 大円の直径を 大,

中円の直径を 中, 小円の直径を 小とする。

図から、

$$2 \times \text{大} - \text{小} = \text{外}$$

$$2 \times \text{大} = \text{外} + \text{小} \quad \dots (1)$$

直角三角形イアウ で 三平方の定理から

$$(\text{アウ})^2 = (\text{イウ})^2 - (\text{アイ})^2$$

ここで、 $(\text{アウ}) = \frac{\text{外}}{2} - \frac{\text{中}}{2}$, $(\text{イウ}) = \frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{中}}{2}$,

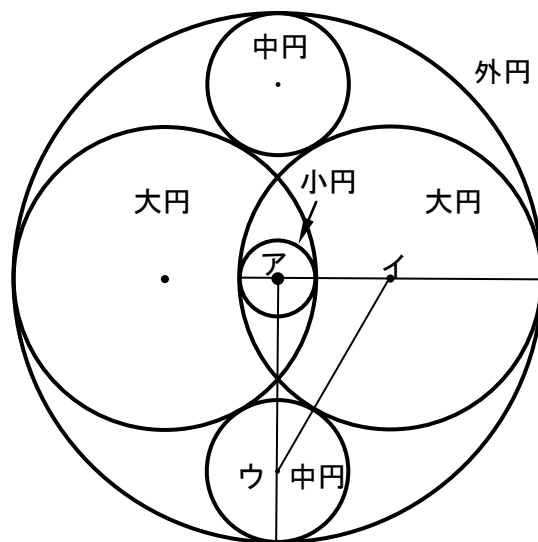


図2

$$(アイ) = \frac{\text{大}}{2} - \frac{\text{小}}{2} \quad \text{なので}$$

$$\left(\frac{\text{外}}{2} - \frac{\text{中}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{中}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\text{大}}{2} - \frac{\text{小}}{2}\right)^2$$

$$(\text{外} - \text{中})^2 = (\text{大} + \text{中})^2 - (\text{大} - \text{小})^2 = (\text{大} + \text{中} + \text{大} - \text{小}) \times (\text{大} + \text{中} - \text{大} + \text{小})$$

$$(\text{外} - \text{中})^2 = (2 \times \text{大} + \text{中} - \text{小}) \times (\text{中} + \text{小}) \quad \dots (2)$$

(2) に (1) を代入して

$$(\text{外} - \text{中})^2 = (\text{外} + \text{小} + \text{中} - \text{小}) \times (\text{中} + \text{小})$$

$$(\text{外} - \text{中})^2 = (\text{外} + \text{中}) \times (\text{中} + \text{小})$$

$$\text{中} + \text{小} = \frac{(\text{外} - \text{中})^2}{\text{外} + \text{中}}$$

$$\text{小} = \frac{(\text{外} - \text{中})^2}{\text{外} + \text{中}} - \text{中} = \frac{\text{外}^2 - 2 \times \text{外} \times \text{中} + \text{中}^2 - \text{外} \times \text{中} - \text{中}^2}{\text{外} + \text{中}} = \frac{\text{外}^2 - 3 \times \text{外} \times \text{中}}{\text{外} + \text{中}}$$

$$\text{小} = \frac{\text{外} \times (\text{外} - 3 \times \text{中})}{\text{外} + \text{中}} \quad \dots (3)$$

(3) に、外=12, 中=3 を入れて

$$\text{小} = \frac{12 \times (12 - 3 \times 3)}{12 + 3} = \frac{12 \times (12 - 9)}{15} = \frac{12 \times 3}{15} = \frac{12}{5} = 2.4$$

答え 小円の直径は、 2.4 寸

2017年12月29日